1. Bevezetés

A konvex függvények optimalizálására létezik számos algoritmus, de ha egy nemkonvex függvényt próbálunk optimalizálni ezek az algoritmusok gyakran nem tudnak különbséget tenni a lokális és globális optimumok között ezért hibásan a lokális optimumot adják meg eredményként.

Szakdolgozatomban a nemkonvex függvényeknek egy speciális fajtáját fogom vizsgálni a DC függvényeket. A DC összetett szó, az angol "difference of convex" kifejezésből származik. A DC-függvényosztály, olyan függvényeket tartalmaz, amelyek előállíthatóak két konvex függvény különbségeként az alábbi formában $f(x) = g(x) - h(x)$, ahol g és h konvex függvények. Azt tudjuk, hogy két konvex függvény összege mindig konvex marad, de a különbségükre már nem feltétlenül mondhatjuk el ugyanezt, ezért a DC függvények nem mindig lesznek konvexek, így létezhet több a globális minimumtól különböző lokális minimumpontjuk.

Munkámban szó lesz a DC függvények tulajdonságairól, szubgradiensekről, melyek általánosított változatai a gradiensnek, a szubdifferenciálokról és tulajdonságaikról, és ϵ kritikus értékről. A DC függvények minimalizálása egy optimalizálási feladat, ez egy elég általános optimalizálási probléma, mivel a DC függvényosztály nagyon sok függvényt tartalmaz. Például minden $\mathbb{R}^n$-beli függvény, amelyeknek a második parciális deriváltjai folytonosak, előállíthatóak két konvex függvény különbségeként.

Dolgozatomban csak valós értékű $\mathbb{R}^n$-beli függvényekkel fogok foglalkozni. A minimalizálási problémánk az alábbi módon fog kinézni:

$$f_{\inf} := \min_{x \in \mathbb{R}^n} g(x) - h(x). \tag{1}$$

A nemkonvex függvények globális minimumának megtalálásához, Flores-Bazán [3], Horst [7], Singer [9], Toiland [11], [12] és Tohai [10] is adtak feltételeket.

A munkámban a Hiriart-Urruty által adott feltételek segítségével fogom keresni a DC függvények globális minimumpontjait [4], [5]. Ezek a feltételek az ϵ-szubgradiensekre és az ϵ-szubdifferenciálokra épülnek.