

E	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

NÉV \_\_\_\_\_

NEPTUNKÓD \_\_\_\_\_

**Bevezetés az algebra 1**

**1. vizsga – gyakorlat**

**2016-01-07**

*Minden kérdésre írjuk a válaszokat a mellette lévő dobozba. Az első nyolc egyszerű kérdést kivéve minden feladat megoldását is ellenőrizzük, pontszámot a teljes megoldás alapján adunk. Az első nyolc feladat mindegyike 2 pontot, a továbbiak 8 pontot érnek. Kidolgozási idő 110 perc. Semmilyen segédeszköz nem használható!*

**E1.** Írjuk fel 25643-at kettes számrendszerben!

**E2.** Határozzuk meg 15 inverzét mod 8?

**E3.** Mennyi a primitív 12-edik egységgyökök száma?

**E4.** Mennyi a  $3x^5 - 4x^4 - 3x^3 + x + 2$  polinom gyökeinek összege és szorzata?

**E5.** Írjuk fel  $-1 - i$  trigonometrikus alakját!

**E6.** Ha  $\mathbf{v}$  koordinátás alakja a standard bázisban  $(1, 2, 3)$ , akkor mi lesz  $\mathbf{v}$  koordinátavektora a  $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$  bázisban?

**E7.** Számítsuk ki  $\det((2\mathbf{A}^T)^{-1})$  értékét, ha  $\mathbf{A} \in M_5[\mathbb{R}]$  és  $\det(\mathbf{A}) = 4$ .

**E8.** Legyen  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . Mi  $\mathbf{A}^{-1}$  második sorának első eleme?

1. Oldjuk meg az  $\begin{cases} x \equiv 0 \pmod{3} \\ x \equiv 4 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{8} \end{cases}$  kongruenciarendszert!

2. Bontsuk fel az  $x^5 - 4x$  polinomot irreducibilis tényezők szorzatára az (a)  $\mathbb{Q}[x]$ , (b)  $\mathbb{R}[x]$  és (c)  $\mathbb{C}[x]$  polinomgyűrűben.

3. Adjuk meg  $\mathbb{R}^4$ -ben a  $(1, 0, 1, 0), (1, 1, 1, 1)$  vektorok által kifeszített  $\mathcal{V}$  altér ortogonális kiegészítő alterének egy bázisát!

4. Adjuk meg az előző feladatbeli  $\mathcal{V}$  altérre való merőleges vetítés mátrixát a standard bázisban és bontsuk fel a  $\mathbf{v} = (1, 0, 5, 2)$  vektort egy  $\mathcal{V}$ -beli és egy  $\mathcal{V}^\perp$ -beli vektor összegére!

5. Határozzuk meg az  $y$  tengely körüli  $60^\circ$ -os elforgatás mátrixát a standard bázisban és a  $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$  bázisban!

6. Legyen az  $L$  lineáris leképezés mátrixa az  $\mathbb{R}^3$  és  $\mathbb{R}^2$  standard bázisaiban

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Határozzuk meg e leképezés magterének és képterének egy-egy bázisát, és adjuk meg ezen alterek dimenzióját!

7. Adjuk meg az

$$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ x + y &= 7 \\ x + y &= 4 \end{aligned} \tag{1}$$

- egyenletrendszer összes optimális megoldását a normálegyenlet megoldásával!

8. Határozzuk meg az előző feladatbeli (1) egyenletrendszer (a) együtthatómátrixának pszeudoinverzét és (b) minimális abszolút értékű optimális megoldását!