MAT A3 – 2. ZH. – 2011. november 17. Név: ______________________ Gyakvez.: ______

1. Divergensek, feltételesen konvergensek vagy abszolút konvergensek az az alábbi számsorok? *(8+4 pont)*

$$(a)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}, \qquad (b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3+1}}.$$

2. Írjuk fel az xe^{2x} és a $(1+x^2)^n$ függvények Maclaurin-sorát! *(2+2 pont)*

3. Írjuk fel az $\dfrac{1}{2-x}$ függvény $x_0 = 1$ ponthoz tartozó másodfokú Taylor-polinomját a maradéktaggal és Taylor-sorát! *(6 pont)*

4. Számítsuk ki *(a)* $\sin(1-i)$ értékét és *(b)* az $(1-i)^i$ hatvány főértékét! *(8 pont)*

5. Állapítsuk meg a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{3}{x+1} \right)^n$$

sor konvergenciatartományát, és adjuk meg az összegét az $x = 3$ helyen. *(10 pont)*

6. Számítsuk ki a 2π szerint periodikus

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{ha } 0 \le x < \pi, \\ 0, & \text{ha } -\pi \le x < 0, \end{cases}$$

függvény Fourier-sorát! A Fourier-sort jelölje $F(x)$. Mennyi $F(\pi)$ értéke? Az $F(\pi/2)$ értékének fölírásával számítsuk ki az

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

sor összegét! *(10 pont)*