

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

1. (4) Vezessük le az $\mathbf{r}(t)$ sima görbe görbületének kiszámítására vonatkozó képletet!

2. (4) Mutassuk meg, hogy ha r gyöke az $at^2 + bt + c = 0$ egyenletnek, akkor e^{rx} megoldása az $ay'' + by' + cy = 0$ differenciálegyenletnek!

3. (5) Mutassuk meg, hogy ha az $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ komplex függvény differenciálható a $z_0 = x_0 + iy_0$ helyen, akkor $u'_y(x_0, y_0) = v'_x(x_0, y_0)$.

Név: _____ Gyakvez: _____

Σ :

4. 6 Mi a kapcsolat az A és B állítások között? (Lehetséges válaszok: $A \implies B$, $B \implies A$, $A \iff B$ vagy NINCS).

(a) Adva van egy egyszeresen összefüggő D tartomány, és azon értelmezve van a $P(x, y) + y'Q(x, y) = 0$ differenciálegyenlet, valamint P és Q parciális deriváltjai léteznek és folytonosak D -n.

A : A diffegyenlet egzakt a D tartományon.

B : $P_y = Q_x$ a D tartományon.

(b) $f(z)$ a z_0 pont egy 1-sugarú környezetének belsejében

A : differenciálható;

B : akárhányszor differenciálható.

(c) Egy homogén lineáris differenciálegyenlet A : összes megoldása az y_1, y_2, \dots, y_n függvények lineáris kombinációjaként előáll. B : megoldásai között az y_1, y_2, \dots, y_n függvények alaprendszert alkotnak.

5. (10) Definiáljuk a következő fogalmakat!

a) Az $\mathbf{r} : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}^3$ vektorfüggvény határozatlan integrálja:

b) Szétválasztható változójú differenciálegyenlet:

c) Normált főnormális:

d) A z^w komplex alapú hatvány:

e) Munka sima görbe mentén:

6. (11=3+2+2+2+2) Válaszoljunk az alábbi kérdésekre!

a) Hogy szól a vonalintegrálok alaptétele? Pontosán soroljuk fel azokat a feltételeket is, amelyek szükségesek a tétel állításának igaz voltához.

b) Mi a kapcsolat egy inhomogén, és a hozzá tartozó homogén lineáris differenylegyenlet megoldásai között?

c) Hányadrendű pólusa van a $\frac{\cos z - 1 + z^2/2}{z^5}$ függvénynek a 0 pontban?

d) Adjuk meg a paraméterezését annak a hengernek, amelynek szimmetriatengelye az y -tengely, és amelynek sugara 2.

e) Írjuk fel a rezgő húr differenciálegyenletét, és azt, hogy milyen alakban keressük a megoldását!

7. (10=3+2+3+2) Végezzük el az alábbi számításokat!

a) Oldjuk meg az $y' \cos x + y \sin x = 1$, $y(0) = 2$ kezdeti érték problémát!

b) Adjuk meg azt az állandó együtthatós inhomogén lineáris differenciálegyenletet, amelynek általános megoldása $x + C_1 e^x + C_2$.

c) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(x, y, z) = [xy, 1 + xy, 1 - yz]$ vektormező felületi integrálját annak az egységkockának a határfelületén, melynek oldalai párhuzamosak a koordinátasíkokkal, és két csúcsa $(0, 0, 0)$ és $(1, 1, 1)$.

d) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(x, y, z) = [x + y, x + z, x]$ vektormező felületi integrálját az $(u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$ paramétertartományhoz tartozó $(u, v) \mapsto (u^2 + v^2, -u^2, -v^2)$ felületen.