1. MAT A3 vizsga. 2014-01-22 Neptun: _ _ _ _ _ _ Név: ______________________ Gyak: KS LE PD

1. *(11)* Egészítsük ki az alábbi állításokat a tanult tételek szerint úgy, hogy igazak legyenek!

a) e^z legkisebb periódusa ... , értékkészlete ...

b) Legyen D egy ...

tartomány a komplex síkon. Legyen az $f : D \to \mathbf{C}$ függvény ...
Ekkor f bármely D-ben haladó sima, zárt görbén vett integrálja 0.

c) Adva van egy nyílt...
D tartomány, amelyen az $\mathbf{F} = [M, N, P]$ vektor-vektor függvény komponensei...
Akkor és csak akkor létezik D-n $\mathbf{F}$-nek potenciálfüggvénye, ha minden $\int \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{r}$ integrál...

d) Egy $\mathbf{F} = (M, N, P)$ vektormező cirkulációja az...
S felületet határoló $\mathcal{G}$ görbén megegyezik a ...
függvény S felületen vett felületi integráljával, ha $\mathcal{G}$ úgy van irányítva, hogy...

e) Legyen S egy ...
felület, melynek $\mathbf{n}$ a

és V a felület által határolt tartomány. Ekkor az $\mathbf{F}$ vektormező S felületmenti integráljára igaz az alábbi egyenlőség:

2. *(9)* Definiáljuk a következő fogalmakat!

a) Normált főnormális:

b) Torzió:

c) Egzakt differenciálegyenlet:

d) Egy vektormező konzervatív, ha

e) Hiperbolikus parciális differenciálegyenlet általános alakja:

3. *(3)* Adjuk meg azt az állandó együtthatós inhomogén lineáris differenciálegyenletet, amelynek általános megoldása $x + C_1 e^{2x} \cos x + C_2 e^{2x} \sin x$.

4. *(4)* A Picard–Lindelöf-tétel feltételeinek ellenőrzésével igazoljuk, hogy a következő kezdetiérték-probléma megoldható és a megoldás egyértelmű!

$$y'' = \frac{xy}{y'} + \sqrt{xy'}, \quad y(1) = 2, \; y'(1) = 3$$

5. *(4)* Számítsuk ki $\int_{\mathcal{G}} \frac{e^z}{z(z+2)^2} \, \mathrm{d}z$ értékét, ha $\mathcal{G}$ a $(-3+i)$-középpű 2-sugarú kör.

6. *(2)* Írjuk fel az origó közepű 2-sugarú gömb egy paraméterezését!

7. *(5)* Mutassuk meg, hogy ha az $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ komplex függvény differencálható a $z_0 = x_0 + iy_0$ helyen, akkor $u'_x(x_0, y_0) = v'_y(x_0, y_0)$.

8. *(4)* Mutassuk meg, hogy egy másodrendű homogén lineáris differenciálegyenlet megoldásai alteret alkotnak, azaz bármely két megoldás bármely lineáris kombinációja megoldás.

9. *(3)* Oldjuk meg az $y' = xy^2 + x$ differenciálegyenletet!

10. *(5)* Oldjuk meg az $x' = 6x+4y$, $y' = 2x-y$ homogén lineáris differenciálegyenlet-rendszert, majd keressük meg az $x(0) = 9$, $y(0) = 0$ kezdeti feltételeket kielégítő megoldást!