

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

1. (5) Vezessük le az $\mathbf{r}(t)$ sima görbe görbületének kiszámítására vonatkozó képletet!

2. (8) Vezessük le a konstansok variálásának módszerét adó egyenletrendszert az $y'' + py' + qy = f$ másodrendű lineáris differenciálegyenletre.

Név: _____ Gyakvez: _____

Σ :

3. (5) Tegyük fel, hogy a D háromdimenziós térrészre, annak zárt S határfelületére fennállnak a Gauss–Ostrogradskij-tétel feltételei. Jelölje az $\mathbf{v} : \mathbf{r} \rightarrow \mathbf{v}(\mathbf{r})$ vektormező felületmenti integrálját $\int_S \mathbf{v}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} \, d\sigma$, az $f : \mathbf{r} \rightarrow f(\mathbf{r})$ skalárfüggvény térfogati (háromas-) integrálját $\int_D f(\mathbf{r}) \, dV$, az S felszínét $|S|$, a D térfogatát $|D|$. Melyek igazak az alábbi állítások közül? Adjunk egy-két szavas indoklást!

a) $\int_S \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = 0$

b) $\int_S \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = 3|D|$

c) $\int_S \mathbf{rot} \, \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = 0$

d) $\int_S \mathbf{rot} \, \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = 3|S|$

e) $\int_D \operatorname{div} \, \mathbf{r} \, dV = 3|D|$

4. (10) Definiáljuk a következő fogalmakat!

a) Simulókör:

b) Szétválasztható változójú differenciálegyenlet:

c) Ívhosszparaméter:

d) Felület felszíne:

e) Komplex függvény differenciálhatósága:

5. (9=3+2+2+2) Válaszoljunk az alábbi kérdésekre!

a) Hogy szól a vonalintegrálok alaptétele? Pontosan soroljuk fel azokat a feltételeket is, amelyek szükségesek a tétel állításának igaz voltához.

b) Hányadrendű pólusa van a $\frac{e^z - 1 - \sin z}{z^5}$ függvénynek a 0 pontban?

c) Írjuk fel a rezgő húr differenciálegyenletét, és azt, hogy milyen alakban keressük a megoldását!

d) Mutassuk meg, hogy az $f(x + iy) = |y| + i|x|$ komplex függvény *nem* differenciálható az első síknegyedben ($x > 0$, $y > 0$), de differenciálható a második síknegyedben ($x < 0$, $y > 0$).

6. (13=3+3+3+2+2) Végezzük el az alábbi számításokat!

a) Oldjuk meg az $y' = \frac{e^x}{y}$, $y(0) = 2$ kezdeti érték problémát!

b) Számítsuk ki i^{2+2i} főértékét!

c) Számítsuk ki az $\mathbf{r}(t) = [\cos 3t, \sin 3t, 4t]$ görbe $t = \pi/3$ paraméterhez tartozó normált főnormálisát!

d) Számítsuk ki $\int_{\mathcal{G}} \frac{z-2}{z^2+z} dz$ értékét, ha \mathcal{G} a -1 középpontú $1/2$ sugarú kör.

e) Az $y'' - 6y' + 13y = x \sin 2x$ és az $y'' - 6y' + 13y = xe^{3x} \sin 2x$ differenciálegyenleteknek milyen alakban keressük egy-egy partikuláris megoldását?