

2. MAT A3 vizsga. 2014-06-10 Neptun: _ _ _ _ _

Név: _____

1. (11) Egészítsük ki az alábbi állításokat a tanult definíciók, illetve tételek szerint úgy, hogy igazak legyenek!

a) Legyen $\mathbf{F} = (M, N, P)$ egy vektor-vektorfüggvény, melynek koordinátafüggvényei ...

a nyílt D tartományon. A vonalintegrálok alaptétele szerint igaz, hogy ...

b) Egy $\mathbf{F} = (M, N, P)$ vektormező cirkulációja az...

S felületet határoló \mathcal{G} görbén megegyezik a ...

függvény S felületen vett felületmenti integráljával, ha \mathcal{G} úgy van irányítva, hogy...

c) Görbe torziója $\mathbf{a}(z)$... egységvektor változási sebessége abszolút értékének -1 - vagy 1 -szerese aszerint, hogy $\mathbf{a}(z)$... deriváltja egyirányú vagy ellenkező irányú $\mathbf{a}(z)$... egységvektorral.

d) Legyen D egy ...

tartomány a komplex síkon. Legyen az $f : D \rightarrow \mathbf{C}$ függvény ...

Ekkor f bármely D -ben haladó sima, zárt görbén vett integrálja 0 .

2. (4) Honnan hová képeznek az alábbi függvények egy (Ω, \mathcal{E}, P) valószínűségi mező esetén! A lehetséges válaszok: $\Omega, \mathcal{E}, \mathbf{R}, [0, 1], [0, \infty)$.

Függvény	Honnan képez	Hová képez
P (valószínűség)		
X (valószínűségi változó)		
f (az X sűrűségfüggvénye)		
F (az X eloszlásfüggvénye)		

3. (4) Definiáljuk az alábbi fogalmakat!

1. Normált főnormális:

2. Komplex változós cos függvény:

3. Egzakt differenciálegyenlet!

4. (3) Az alábbi differenciálegyenletnek milyen alakban keressük egy-egy partikuláris megoldását?

(a) $y'' - 2y' - 5y = x^2,$

(b) $y'' - 2y' - 5y = e^x + \sin 2x,$

(c) $y'' - 2y' - 5y = e^x \sin 2x,$

5. (4) Számítsuk ki a $f(x, y, z) = (x - y)\sqrt{8z + 1}$ függvény felületi integrálját az $(u, v) \in [0, 2] \times [0, 1]$ paraméter-tartományhoz tartozó $\mathbf{r}(u, v) = (u, u - v, v^2)$ képlettel paraméterezett felületen.

6. (4) Vezessük le a **rot grad** u értékéről szóló állítást! Mi köze ennek az összefüggésnek a vektor-vektor-függvények potenciálosságához?

7. (4) Számítsuk ki az $\int_{|z-a|=R} (z-a)^n dz$ ($n \in \mathbf{Z}, n \neq -1$) integrál értékét!

10. (5) Oldjuk meg a konstansok variálásának módszerével az $xy'' + (x-1)y' = 2x^2$ differenciálegyenletet, ha tudjuk, hogy a homogén résznek az $y_1 = (x+1)e^{-x}$ és az $y_2 = 1$ függvények megoldásai!

8. (4) A Picard–Lindelöf-tétel feltételeinek ellenőrzésével igazoljuk, hogy a következő kezdetiérték-probléma megoldható és a megoldás egyértelmű!

$$y''' = x^3(y'')^2 + \sin y', \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1$$

11. (5) Oldjuk meg az $x' = x + 3y, y' = x - y$ homogén lineáris differenciálegyenlet-rendszert, majd keressük meg az $x(0) = 4, y(0) = 0$ kezdeti feltételeket kielégítő megoldást!

9. (3) Számítsuk ki a $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (x + y + z, xz - 2y, x^3y)$ függvénynek az origó közepű 2-sugarú gömb felületén befelé mutató normálvektorral vett felületmenti integráljának értékét!