

1. MAT A3 vizsga. 2014-06-03 Neptun: _ _ _ _ _

Név: _____

1. (15) Egészítsük ki az alábbi állításokat a tanult definíciók, illetve tételek szerint úgy, hogy igazak legyenek!

3. (5) Melyek igazak az alábbi állítások közül? Amelyik hamis, azt javítsuk ki egy hasonló, *tanult* állításra!

a) Egy $\mathbf{F} = (M, N, P)$ vektormező cirkulációja az...

a) $\mathbf{B}'(s) \perp \mathbf{N}(s)$

S felületet határoló \mathcal{G} görbén megegyezik a...

b) $\ddot{\mathbf{r}}(t) = \frac{d}{dt}|\dot{\mathbf{r}}(t)|\mathbf{T}(t) + \kappa(t)|\dot{\mathbf{r}}(t)|^2\mathbf{N}(t)$.

függvény S felületen vett felületmenti integráljával, ha \mathcal{G} úgy van irányítva, hogy...

c) $\operatorname{rot} \operatorname{div} \mathbf{f} = \mathbf{0}$, ha $\mathbf{f} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ függvény folytonos második parciális deriváltakkal rendelkező függvény.

b) Legyen $\mathbf{F} = (M, N, P)$ egy vektor-vektorfüggvény, melynek koordinátafüggvényei...

d) A komplex ch függvény 2π szerint periodikus!

a nyílt D tartományon. A vonalintegrálok alaptétele szerint igaz, hogy...

e) Ha a komplex $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ függvény eleget tesz a Cauchy–Riemann-féle differenciálegyenleteknek a $z_0 = x_0 + iy_0$ pontban, akkor f differenciálható z_0 -ban.

c) Görbe torziója $\mathbf{a}(z) \dots$ egységvektor változási sebessége abszolút értékének -1 - vagy 1 -szerese aszerint, hogy $\mathbf{a}(z) \dots$ deriváltja egyirányú vagy ellenkező irányú $\mathbf{a}(z) \dots$ egységvektorral.

4. (4) Számítsuk ki az $\mathbf{F} : (x, y, z) \mapsto (2xy, x^2 + z, y)$ függvény integrálját egy tetszőleges görbe mentén, mely a $(0, 0, 0)$ pontból az $(1, 1, 1)$ pontba vezet!

d) Legyen D egy...

tartomány a komplex síkon. Legyen az $f : D \rightarrow \mathbf{C}$ függvény...

Ekkor f bármely D -ben haladó sima, zárt görbén vett integrálja 0.

e) Az $y''' = f(x, y, y', y'')$ differenciálegyenlet az $y(\xi) = \eta_0, y'(\xi) = \eta_1, y''(\xi) = \eta_2$ kezdeti feltételekkel megoldható, ha az f függvény... egy olyan $\mathbf{R} \dots$ -beli tartományon,...

f) Tekintsük az (Ω, \mathcal{E}, P) valószínűségi mezőt! Az X függvény *valószínűségi változó*, ha...-ból/ből...-ba/be képez, és minden...

halmaz eleme \mathcal{E} -nek.

2. (2) Írjuk fel az origó közepű 2-sugarú gömb egy paraméterezését és adjuk meg a paramétertartományt is!

5. (3) Adjuk meg azt az állandó együtthatós inhomogén lineáris differenciálegyenletet, amelynek általános megoldása $x^2 + C_1 + C_2x + C_3e^{-x}$.

6. (5) Számítsuk ki két különböző módszerrel az $\int_{|z|=2} \frac{1}{z^2+z} dz$ integrált!

9. (5) Tekintsük az $\mathbf{r}(t)$ vektor-skalár függvénnyel megadott görbét. Bizonyítsuk be a görbületére vonatkozó

$$\kappa(t) = \frac{|\dot{\mathbf{T}}(t)|}{|\dot{\mathbf{r}}(t)|}$$

képletet!

10. (5) Oldjuk meg az $x' = x + y$, $y' = 4x - 2y$ homogén lineáris differenciálegyenlet-rendszert, majd keressük meg az $x(0) = 0$, $y(0) = 5$ kezdeti feltételeket kielégítő megoldást!

7. (4) Az alábbi differenciálegyenletnek milyen alakban keressük egy-egy partikuláris megoldását?

(a) $y'' - 2y' + y = x^2$,

(b) $y'' - 2y' + y = e^x \sin x$,

(c) $y'' - 2y' + y = e^x + \sin x$,

(d) $y'' - 2y' + y = xe^x$,

8. (2) Számítsuk ki a várható értékét annak a valószínűségi változónak, melynek sűrűségfüggvénye az $[1, 3]$ intervallumon $1/2$, azon kívül 0!