MAT A3 – 2. IV. – 2007. december 19. Név: ______________ Gyakvez.: ______

1. Számítsuk ki az $f(z) = \operatorname{Re} z$ függvény integrálját az 1-től i-ig tartó origó középpontú negyedköríven. *(7 pont)*

2. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét, ahol $\mathcal{K}$ az origó közepű 2 sugarú kör. *(7 pont)*

$$\int_{\mathcal{K}} \frac{\sin \pi z}{(z-\frac{1}{2})^3}\,\mathrm{d}z$$

3. Írjuk fel az $\frac{1-\cos(iz)}{z^4}$ függvény 0 körüli Laurent-sorát, és ennek alapján mondjuk meg, milyen szingularitása van a függvénynek $z = 0$-ban! *(4 pont)*

4. Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet megoldását az $y(0) = 1$, **illetve** az $y(1) = 0$ kezdeti feltétel mellett! *(7 pont)*

$$y'(x^2+1) = xy^2$$

5. Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát! *(5 pont)*

$$\ln y + \left(\frac{x}{y} + 3y^2\right) y' = 0, \quad y(0) = 1$$

6. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! *(6 pont)*

$$y'' + 4y' = x + 1$$

7. Írjuk fel, hogy az alábbi inhomogén differenciálegyenletek egyik partikuláris megoldását milyen alakban érdemes keresni: *(6 pont)*

a) $y'' - 2y' = x \sin 2x$

b) $y'' + 2y' + y = 3x^2 e^{-x}$

c) $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \cos x$

8. Oldjuk meg az

$$xy'' + (x-1)y' - y = 2x^2 e^{-x}$$

differenciálegyenletet a konstansok variálásának módszerével, ha tudjuk, hogy a homogén rész egy alaprendszere az $\{e^{-x},\, x-1\}$ rendszer. *(8 pont)*