MAT A3 – Pótlás 1. ZH. – 2007. december 19. Név: ________________ Gyakvez.: _____

1. Számítsuk ki az

$$\mathbf{r}(t) = [5\cos t, 5\sin t, 12t]$$

egyenlettel megadott görbe görbületét és torzióját! *(6 pont)*

2. Soroljunk fel négy különböző állítást, melyek azzal ekvivalensek, hogy a D tartományon értelmezett $\mathbf{F} = [M, N, P]$ vektormező potenciálos (a potenciálosság definíciója is felsorolható). Külön soroljuk fel azokat a feltételeket, melyek fennállása elégséges az ekvivalenciákhoz. *(6 pont)*

3. Számítsuk ki a $[3x^2, \frac{z^2}{y}, 2z\ln y]$ függvény integrálját azon a görbén, melynek paraméteres egyenlete *(6 pont)*

$$\mathbf{r}(t) = [1, 1+t^{11}, 1+2\sin(\pi t/2)], \quad 0 \le t \le 1.$$

4. Határozzuk meg az $x^2+y^2+z^2=16$ $(z>0)$ egyenletű félgömbnek az $x^2+y^2=1$ egyenletű hengerbe eső darabja felszínét! *(7 pont)*

5. Számítsuk ki az $\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j} + 3xz\mathbf{k}$ vektormező felületmenti integrálját az első térnyolcadnak az $x^2+y^2+z^2=4$ egyenletű gömbbe eső részét határoló felület mentén kifelé mutató felületi normálissal. *(7 pont)*

6. Mutassuk meg, hogy nincs olyan vektor-vektor függvény, melynek rotációja $x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ lenne. *(6 pont)*

7. Írjuk fel valós elemi függvények segítségével a $\sin(x+iy)$ valós részét! *(6 pont)*

8. Határozza meg azt az $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ $(z = x+iy)$ reguláris komplex függvényt, melynek imaginárius része $v(x,y) = x^3 - 3xy^2$ és $f(1+i) = -2i$. *(6 pont)*