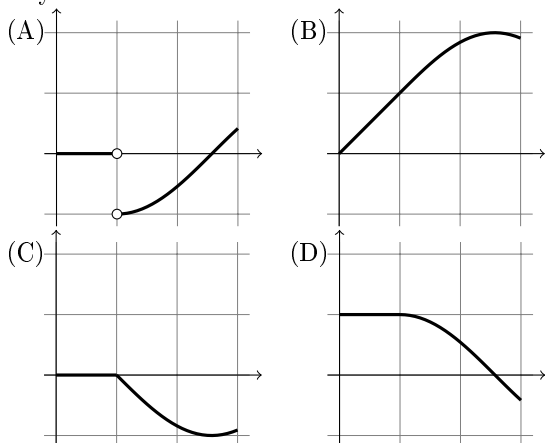


1. Válaszoljunk az alábbi kérdésekre! (3+2+2+3=10 pont) (pontlevonás nincs)

a) Az alábbi négy ábrán egy f függvény és az f' , f'' és f''' deriváltak grafikonja látható. Melyiken melyik?



a) f : (B), f' : (D), f'' : (C), f''' : (A)

b) (B)

c) (A), (B), (D)

d) (A), (C), (E)

b) Mely állítások igazak az alábbiak közül?

(A) Ha az f függvény az x_0 helyen nem differenciálható, vagy differenciálható és $f'(x_0) = 0$, akkor f -nek az x_0 helyen szélsőértéke van.

(B) Ha az f függvénynek szélsőértéke van az x_0 helyen, és ott differenciálható, akkor $f'(x_0) = 0$.

c) Mely függvények invertálhatóak az alábbiak közül? (A) $\sin|_{[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]}$, (B) $\operatorname{tg}|_{(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})}$,

(C) $\cos|_{[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]}$, (D) $\sin|_{[\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}]}$

d) Melyek határozatlan alakok az alábbiak közül?

(A) 0^0 , (B) 1^0 , (C) 1^∞ , (D) 0^∞ , (E) ∞^0 , (F) ∞^∞ ,

2. Határozzuk meg az $x^3 + y^2 - 3xy = 0$ egyenletű görbe érintőjének (2,2) pontbeli iránytangensét és írjuk fel az érintőegyenest! (5 pont)

3

$$y = 3x - 4$$

3. Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltját!
(6 pont)

a) $\sin^2 x^3$, b) $e^{\sin(\ln x)} - \arccos x^2$, c) $\frac{\sin x}{x}$.

$$a) (\sin^2 x^3)' = 6x^2 \sin x^3 \cos x^3$$

$$b) (e^{\sin(\ln x)} - \arccos x^2)' = e^{\sin(\ln x)} \frac{\cos(\ln x)}{x} + \frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$$

$$c) \left(\frac{\sin x}{x}\right)' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$$

4. Határozzuk meg az $e^x(x-2)$ függvény ∞ -ben és $-\infty$ -ben vett határértékeit, hogy mely intervallum(ok)on szigorúan monoton növekvő és csökkenő, konvex és konkáv, valamint inflexiós pontjait és szélsőértékhelyeit!
(11 pont)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x(x-2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x(x-2) = \infty$$

Szigorúan monoton növekvő: $(1, \infty)$

Szigorúan monoton csökkenő: $(-\infty, 1)$

Konvex: $(0, \infty)$

Konkáv: $(-\infty, 0)$

MAX: –

MIN: $x = 1$

INFL.: $x = 0$

5. Határozzuk meg az $x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + 1$ függvény $[0, 2]$ intervallumon vett abszolút szélsőértékeit. (5 pont)

ABSZ. MAX: $x = 1$ -ben $\frac{7}{2}$,

ABSZ. MIN: $x = 0$ -ban 1.

6. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (14 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}}$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\operatorname{tg} x}$, c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - x}$,

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x \cos x}{3x^2 - x \sin x}$,

a) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}} = e^2$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\operatorname{tg} x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - x} = \frac{1}{2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x \cos x}{3x^2 - x \sin x} = \frac{2}{3}$ (L'H nélkül)