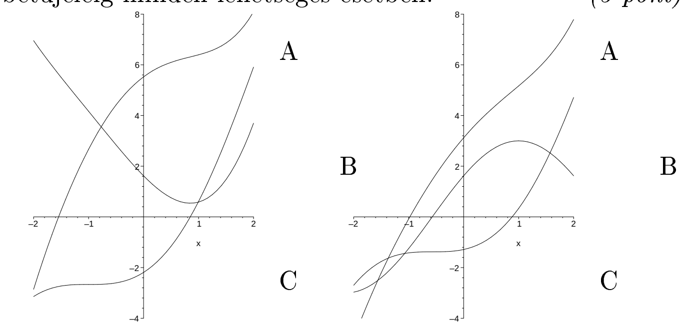
MAT B1 – 2. ZH.

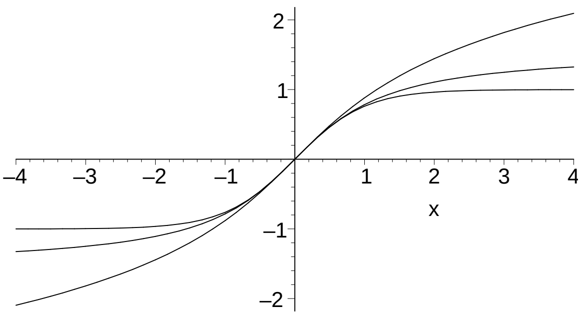
1. rész – 2004-12-09 Neptunkód: _ _ _ _ _ _ Név: ______________________ Gyakv: ______

1. Határozzuk meg az értelmezési tartományát és az értékkészletét az $f(x) = e^{\arccos(x)}$ függvénynek. *(2 pont)*

2. Az alábbi két ábra közül az elsőn azt vizsgáljuk a függvények grafikonjait felhasználva, hogy melyik függvény melyik deriváltja, a másodikon, hogy melyik függvény melyik második deriváltja lehet. Azt a függvényt jelöltük A-val, amelyiknek a 2-ben felvett értéke a legnagyobb, és azt C-vel, amelyiké a legkisebb. Húzzunk nyilat a függvény betűjelétől a derivált (a második ábrán a második derivált) betűjeléig minden lehetséges esetben. *(3 pont)*



3. Az alábbi ábrán három elemi függvény grafikonja látható. Írjuk melléjük a nevüket. *(3 pont)*



4. Határozzuk meg az alábbi határértékeket! *(4 pont)*

a) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{\cos^2(x) - \cos^2(2)}{x-2} =$

b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{e^{-x+2}}{x^2+x} =$

c) $\displaystyle\lim_{x\to +0} x\ln x =$

d) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} (1+\cos x)^{\operatorname{tg} x} =$

5. Számítsuk ki az alábbi differenciálhányadosokat! *(4 pont)*

a) $\left(xe^{3x}\sin x\right)' =$

b) $\left(\arcsin(\operatorname{arsh}\sqrt{x})\right)' =$

6. Az x^3 függvény $x_0 = 1$ helyhez tartozó másodfokú Taylor-polinomja = *(2 pont)*

7. Mely intervallumon invertálható az $f = x \mapsto e^x + x$ függvény? Az inverzét jelölje g. Számítsuk ki a $g'(1+e)$ értéket! *(3 pont)*

8. Melyek igazak (I) az alábbi állítások közül, és melyek nem (N)? *(3 pont)*

a) Ha f folytonos az $[a,b]$ intervallumon ($a < b$), akkor differenciálható is legalább az (a,b) intervallumon. ☐

b) Ha f diffható az $[a,b]$-n, akkor ott korlátos is. ☐

c) Ha f invertálható az (a,b) intervallumon, akkor folytonos is ott. ☐

d) Ha f szigorúan monoton növekvő és differenciálható az (a,b) intervallumon, akkor minden $c \in (a,b)$ pontban fennáll a $f'(c) > 0$ reláció. ☐

9. Mit tudunk az f függvényről az a pontban? Minimuma (MIN), maximuma (MAX), inflexiós pontja (INFL) van? Ha egyik sem, akkor konvex (KONVX) vagy konkáv (KONKV)? *(3 pont)*

1. $f'(a) = 2$, $f''(a) = 0$, $f'''(a) = -2$: ...
2. $f'(a) = f''(a) = f'''(a) = 0$, $f^{(4)}(x) = 2$: ...
3. $f'(a) = 2$, $f''(a) = f'''(a) = 0$, $f^{(4)}(x) = -2$: ...
4. $f'(a) = f''(a) = f'''(a) = f^{(4)}(x) = 0$, $f^{(5)}(x) = 2$: ...

10. Írjuk le Lagrange középértéktételét! *(3 pont)*