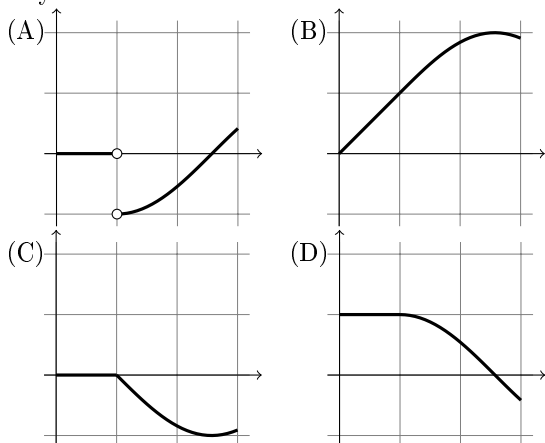


1. Válaszoljunk az alábbi kérdésekre! (3+2+2+3=10 pont) (pontlevonás nincs)

a) Az alábbi négy ábrán egy  $f$  függvény és az  $f'$ ,  $f''$  és  $f'''$  deriváltak grafikonja látható. Melyiken melyik?



a)  $f$ : \_\_\_\_\_,  $f'$ : \_\_\_\_\_,  $f''$ : \_\_\_\_\_,  $f'''$ : \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

d) \_\_\_\_\_

- b) Mely állítások igazak az alábbiak közül?
- (A) Ha az  $f$  függvény az  $x_0$  helyen nem differenciálható, vagy differenciálható és  $f'(x_0) = 0$ , akkor  $f$ -nek az  $x_0$  helyen szélsőértéke van.
- (B) Ha az  $f$  függvénynek szélsőértéke van az  $x_0$  helyen, és ott differenciálható, akkor  $f'(x_0) = 0$ .
- c) Mely függvények invertálhatóak az alábbiak közül? (A)  $\sin|_{[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]}$ , (B)  $\operatorname{tg}|_{(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})}$ , (C)  $\cos|_{[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]}$ , (D)  $\sin|_{[\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}]}$
- d) Melyek határozatlan alakok az alábbiak közül? (A)  $0^0$ , (B)  $1^0$ , (C)  $1^\infty$ , (D)  $0^\infty$ , (E)  $\infty^0$ , (F)  $\infty^\infty$ ,

2. Határozzuk meg az  $x^3 + y^2 - 3xy = 0$  egyenletű görbe érintőjének (2,2) pontbeli iránytangensét és írjuk fel az érintőegyenes egyenletét! (5 pont)

\_\_\_\_\_

3. Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltját!  
(6 pont)

a)  $\sin^2 x^3$ , b)  $e^{\sin(\ln x)} - \arccos x^2$ , c)  $\frac{\sin x}{x}$ .

$$a) (\sin^2 x^3)' =$$

$$b) (e^{\sin(\ln x)} - \arccos x^2)' =$$

$$c) \left(\frac{\sin x}{x}\right)' =$$

4. Határozzuk meg az  $e^x(x - 2)$  függvény  $\infty$ -ben és  $-\infty$ -ben vett határértékeit, hogy mely intervallum(ok)on szigorúan monoton növekvő és csökkenő, konvex és konkáv, valamint inflexiós pontjait és szélsőértékhelyeit!  
(11 pont)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x(x - 2) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^x(x - 2) =$$

Szigorúan monoton növekvő:

Szigorúan monoton csökkenő:

Konvex:

Konkáv:

MAX:

MIN:

INFL.:

5. Határozzuk meg az  $x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + 1$  függvény  $[0, 2]$  intervallumon vett abszolút szélsőértékeit. (5 pont)

ABSZ. MAX:

ABSZ. MIN:

6. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (14 pont)

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}}$ , b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\operatorname{tg} x}$ , c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - x}$ ,

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x \cos x}{3x^2 - x \sin x}$ ,

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\operatorname{tg} x} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - x} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x \cos x}{3x^2 - x \sin x} =$