

1. Bizonyítsuk igazságtáblával a  $\neg(\neg a \wedge b) \equiv b \Rightarrow a$  azonosságot! (2 pont)

2. Írjuk fel a következő állítás tagadását (tagadószó használata nélkül): „Minden sorozatnak legfeljebb két torlódási pontja van!” (1 pont)

3. Halmazelméleti azonosságok segítségével igazoljuk az  $\overline{B \cup A} \cup (A \setminus B) = \overline{B}$  azonosságot! (3 pont)

4. Írjuk fel a  $-2$  szám komplex köbgyökei közül a legkisebb pozitív argumentumú! (3 pont)

5. Jelölje  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  az  $\mathbf{R}^{(3)}$  alapvektorait. Írjuk az alábbi műveletek eredményeit a megadott mezőbe! (2 pont)

$$\mathbf{j} \times (3\mathbf{i}) = \square, \quad (\mathbf{k} \times \mathbf{j}) \times \mathbf{i} = \square, \quad (\mathbf{kj})\mathbf{i} = \square, \quad \mathbf{kji} = \square$$

6. Írjuk fel az  $x = 3$  és az  $z = 4$  síkok metszésvonalának egy paraméteres egyenletrendszerét! (2 pont)

7. Az alábbi síkok és egyenesek közül melyek párhuzamosak, melyek merőlegesek? Írjunk  $\parallel$  ill.  $\perp$  jelet a „...” helyére, vagy írjunk egy X-et, ha a két elem se nem párhuzamos, se nem merőleges!

$$\begin{array}{ll} S_1 : & x - y + z = 5, \\ & x = 1 + t \\ e_1 : & y = t \\ & z = 2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} S_2 : & x + y = 0, \\ & x = 2 - 2t \\ e_2 : & y = 2t \\ & z = 6 \end{array}$$

$$S_1 \dots S_2, \quad e_1 \dots S_2, \quad e_1 \dots S_1, \quad S_1 \dots e_2. \quad (2 \text{ pont})$$

8. Hozzuk algebrai alakra a  $\frac{(1-i)^2}{2+i}$  számot! (2 pont)

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n \frac{2n^2 + n - 2}{3n^2 - n} = ?$  (2 pont)

10. Melyik igaz (I), melyik hamis (H) az alábbi állítások közül (Írjon I vagy H betűt a mezőkbe)? (4 pont)

Ha az  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$  vektorok

a) közül mindegyik kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként, akkor lineárisan összefüggőek.

b) között van olyan, amelyik kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként, akkor lineárisan függetlenek.

c) lineárisan összefüggőek, akkor van köztük olyan, amelyik kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként.

d) lineárisan összefüggőek, akkor mindegyikük kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként.

11. Melyik igaz (I), melyik hamis (H) az alábbi állítások közül (Írjon I vagy H betűt a mezőkbe)? (4 pont)

a) Ha az  $[a_n]$  sorozat korlátos, a  $[b_n]$  pedig 0-sorozatok, akkor  $[a_n b_n]$  0-sorozat.

b) Ha az  $[a_n]$  sorozat korlátos, a  $[b_n]$  pedig 0-sorozat, akkor  $[a_n b_n]$  korlátos.

c) Ha a  $[b_n]$  és az  $[a_n b_n]$  sorozatok is 0-sorozatok, akkor  $[a_n]$  korlátos.

d) Ha az  $[a_n]$  sorozat korlátos, az  $[a_n b_n]$  pedig 0-sorozat, akkor  $[b_n]$  0-sorozat.

12. Döntsük el, hogy az alábbi sorok közül melyik konvergens, melyik nem! Válaszunkat röviden indokoljuk! (3 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2}{3n}$$