

1. Bizonyítsuk igazságtáblával a  $\neg(a \wedge \neg b) \equiv a \Rightarrow b$  azonosságot! (2 pont)

2. Írjuk fel a következő állítás tagadását (tagadószó használata nélkül): „Minden divergens sorozatnak van legalább két torló-dási pontja”! (1 pont)

3. Halmazelméleti azonosságok segítségével igazoljuk az  $A \setminus B \cap (B \cup A) = B$  azonosságot! (3 pont)

4. Jelölje  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  az  $\mathbf{R}^{(3)}$  alapvektorait. Írjuk az alábbi műveletek eredményeit a megadott mezőbe! (2 pont)

$\mathbf{i} \times (2\mathbf{k}) = \square$ ,  $(\mathbf{k} \times \mathbf{j}) \times \mathbf{i} = \square$ ,  $(\mathbf{k}\mathbf{j})\mathbf{i} = \square$ ,  $\mathbf{k}\mathbf{j}\mathbf{i} = \square$

5. Írjuk fel az  $x = 2$  és az  $y = 5$  síkok metszésvonalának egy paraméteres egyenletrendszerét! (2 pont)

6. Írjuk fel a  $-2$  szám komplex köbgyökei közül a legkisebb pozitív argumentumút! (3 pont)

7. Az alábbi síkok és egyenesek közül melyek párhuzamosak, melyek merőlegesek? Írjunk  $\parallel$  ill.  $\perp$  jelet a „...” helyére, vagy írjunk egy X-et, ha a két elem se nem párhuzamos, se nem merőleges!

$$\begin{array}{ll} S_1 : & x - y + z = 5, \\ & x = 1 + t \\ e_1 : & y = t \\ & z = 2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} S_2 : & x + y = 0, \\ & x = 2 - 2t \\ e_2 : & y = 2t \\ & z = 6 \end{array}$$

$S_1 \dots S_2$ ,  $e_1 \dots e_2$ ,  $e_1 \dots S_2$ ,  $S_1 \dots e_2$ . (2 pont)

8. Hozzuk algebrai alakra a  $\frac{(1+i)^2}{1-3i}$  számot! (2 pont)

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n \frac{3n^2 - n}{2n^2 + n - 2} = ?$  (2 pont)

10. Melyik igaz (I), melyik hamis (H) az alábbi állítások közül (Írjon I vagy H betűt a mezőkbe)? (4 pont)

Ha az  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$  vektorok

a) között van olyan, amelyek kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként, akkor lineárisan függetlenek.

b) közül mindegyik kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként, akkor lineárisan összefüggőek.

c) lineárisan összefüggőek, akkor van közöttük olyan, amelyik kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként.

d) lineárisan összefüggőek, akkor mindegyikük kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként.

11. Melyik igaz (I), melyik hamis (H) az alábbi állítások közül (Írjon I vagy H betűt a mezőkbe)? (4 pont)

a) Ha az  $[a_n]$  sorozat korlátos, a  $[b_n]$  pedig 0-sorozatok, akkor  $[a_n b_n]$  korlátos.

b) Ha az  $[a_n]$  sorozat korlátos, a  $[b_n]$  pedig 0-sorozat, akkor  $[a_n b_n]$  0-sorozat.

c) Ha a  $[b_n]$  és az  $[a_n b_n]$  sorozatok is 0-sorozat, akkor  $[a_n]$  korlátos.

d) Ha az  $[a_n]$  sorozat korlátos, az  $[a_n b_n]$  pedig 0-sorozat, akkor  $[b_n]$  0-sorozat.

12. Döntsük el, hogy az alábbi sorok közül melyik konvergens, melyik nem! Válaszunkat röviden indokoljuk! (3 pont)

$$\begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2n} \end{array}$$