

MAT A1 – 1. ZH. B – 2010. október 12.

Név: _____ Gyakvez.: _____

1. Adja meg a következő műveletek eredményét, ha létezik (ha nem, írjuk be, hogy NEM LÉTEZIK):

(3 pont)

$$(\mathbf{i} \times \mathbf{j}) \times \mathbf{k} =$$

$$\mathbf{i} \times (\mathbf{j} \cdot \mathbf{k}) =$$

$$\mathbf{i} \times (\mathbf{i} \times \mathbf{k}) =$$

2. Oldja meg a következő egyenleteket: (7 pont)

a) $iz^2 = \bar{z}$

4. Adott két sík és két egyenes: (5 pont)

$$S_1 : x - 2y + 2z = 6$$

$$S_2 : 2x - y - 2z = 1$$

$$l_1 : x = 2, y = 1 + 2t, z = -t,$$

$$l_2 : x = 1 + 4t, y = -2t, z = -1 - 4t.$$

Melyek párhuzamosak és melyek merőlegesek közülük?

5. Határozza meg a következő határértékeket, ha léteznek: (8 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{4x \sin x} =$

b) $z^3 = \frac{16-8i}{1+2i}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2x}{x - 1} =$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2+x}{x^2} \cos(5x-1) =$

3. Egy háromszög csúcsai: $A(0, 2, -1)$, $B(1, 1, 0)$, $C(2, 2, 1)$. A B csúcsnál levő szög kisebb, vagy nagyobb $\pi/2$ -nél? (2 pont)

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^3}{10 + 2x + 3x^3} =$

6. Adva van két különböző \mathbf{a} és \mathbf{b} nemnulla vektor. Melyek azok a \mathbf{v} vektorok, amelyekre $\mathbf{a} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{v}$? (2 pont)

10. Tagadjuk a háziállatainkról szóló alábbi három állítást! (3 pont) a) Van az állatok közt, amelyik nem bolhás.

b) Ma egyik macska sem fogott egeret.

7. A következő állítások után írja oda, hogy az igaz, vagy hamis. (4 pont)

a) Ha egy függvény folytonos egy x_0 pontban, akkor ott van hatértéke.

b) Ha egy függvénynek van hatértéke egy x_0 pontban, akkor ott folytonos.

c) Ha egy függvény nem folytonos x_0 -ban, akkor ott nincs hatértéke.

d) Ha $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$, akkor $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \infty$.

8. Írja fel az egyenletét egy olyan egyenesnek, amely átmegy a $B(1, 2, 3)$ ponton és (4 pont)

a) párhuzamos a z -tengellyel,

b) párhuzamos az xz -síkkal.

9. Igazoljuk, hogy $a \wedge \neg b \equiv \neg(a \Rightarrow b)$. (3 pont)

c) Amelyik macska egeret fogott, tejet is kapott.

11. Egy rombusz egyik csúcsa $A(6, 3, -4)$. Az A -ra nem illeszkedő átlója az $x = 2t$, $y = 1 + 4t$, $z = 1 - 5t$ egyenesen van. Ennek az átlónak a hossza háromszorosa a másiknak (amelyik A -ra illeszkedik). Adja meg a rombusz csúcsainak koordinátáit, és a rombusz síkjának egyenletét.