

1. Bizonyítsuk igazságtáblával az $(a \vee b) \wedge \neg b \equiv \neg(a \Rightarrow b)$ azonosságot! (2 pont)

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right) = ?$ (3 pont)

2. Legyenek **a** és **b** egymásra merőleges nem nulla vektorok. Melyik lesz nullvektor az alábbiak közül (I, ha az, N, ha nem)? (3 pont)

$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{a}$

$(\mathbf{ab})\mathbf{b}$

$((\mathbf{a} + (\mathbf{b} \times \mathbf{b})) \cdot \mathbf{b})$

$((\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{a}) \times \mathbf{b}$

3. Legyen e az $x = 1+t, y = 2+t, z = -t$ egyenletrendszerű egyenes, f az $\frac{x-1}{2} = \frac{z+1}{-1}, y = 5$ egyenletrendszerű egyenes, és S az $x+y+2z-3=0$ egyenletű sík. Párhuzamosak-e a következők (I vagy N)? (3 pont)

e és f

e és S

f és S

4. Ha $z^3 = 2 - 2i$, akkor mivel egyenlő $|z|$? És $\left| \frac{\bar{z}}{z} \right|$? (3 pont)

8. A halmazelméleti azonosságok alkalmazásával alakítsuk át a bal oldali kifejezést, és így igazoljuk az alábbi összefüggés igaz voltát! (3 pont)

$$[B \cap (C \cup B)] \cap (A \cap C) \subseteq B \cap C.$$

9. Egy síkban van-e a következő négy pont? $A(2, -1, 4), B(-1, 0, 3), C(3, -1, 0), D(1, 1, 2)$. (4 pont)

10. Írjuk át a $2\sqrt{3} - 2i$ komplex számot trigonometrikus alakba! (2 pont)

5. Adjuk meg egy tetszőleges olyan síknak az egyenletét és olyan egyenesnek az egyenletrendszerét, amelyek az (1,1,1) pontban metszik egymást! (2 pont)

11. Az $a_n = (-1)^n, b_n = (-1)^n/n, c_n = n - \sqrt{n}$ sorozatok közül melyikre teljesülnek a következő tulajdonságok? (3 pont)

6. Legyenek $\{a_n\}$ és $\{b_n\}$ két pozitív tagú számsorozat, és $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$. Mi a limesze a következő sorozatoknak? (Írjunk X-et, ha nem lehet eldönteni!) (2 pont)

korlátos:
konvergens:
monoton:

$a_n - b_n$

$a_n b_n$

a_n/b_n

$b_n^{a_n}$