

1. Válaszoljunk az alábbi kérdésekre! *12 pont, hibás válasz -4 pont, mely csak ebben a feladatban lesz levonva és negatív pontszámot nem lehet elérni.*

- a) Írjunk az alábbi halmazok közé =, < vagy > jelet a számosságuknak megfelelően:
- b) A kvantor megfelelő megváltoztatásával tagadjuk az alábbi állítást: „minden nap, ha korán fölkelek, elmegyek futni”
- c) Végezzük el az alábbi műveletet!
- d) Mikor 0 két vektor vektori szorzata?
- e) Igaz vagy hamis: ha három vektornak csak egyetlen lineáris kombinációja egyezik meg a nullvektorral, akkor azok a vektorok lineárisan függetlenek?
- f) Igaz-e minden $[a, b]$ -n értelmezett f függvényre, hogy ha $f(a) < 0$ és $f(b) > 0$, akkor van olyan $c \in (a, b)$, hogy $f(c) = 0$? Ha nem, akkor milyen további feltétel mellett igaz?
- g) Melyik igaz: „ha f folytonos c -ben, akkor differenciálható is”, „ha f differenciálható c -ben, akkor folytonos is ott”
- h) Melyik helyes az alábbi két összefüggés közül:
 $A \Rightarrow B \equiv \neg B \Rightarrow \neg A$,
 $\neg(A \Rightarrow B) \equiv \neg A \Rightarrow \neg B$.

a) |természetes számok| ... |racionális számok| ... |valós számok|

b)

c) $\mathbf{i} \times (\mathbf{i} \times \mathbf{j}) =$

d)

e)

f)

g)

h)

2. Bontsuk fel az $\mathbf{a} = (4, 4, -1)$ vektort egy \mathbf{a} $\mathbf{b} = (3, 2, 6)$ vektorral párhuzamos \mathbf{x} és egy rá merőleges \mathbf{y} vektor összegére! *(6 pont)*

$\mathbf{x} =$

$\mathbf{y} =$

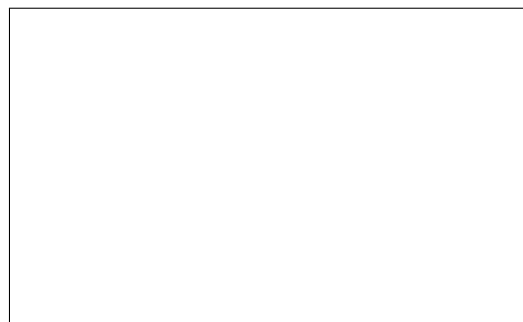
3. Paraméterezzük a $P(2, 1, 2)$ és $Q(3, 0, 1)$ pontokat összekötő szakasz pontjait! (3 pont)



4. a) Adjuk meg a $(\sqrt{3} - i)z^4 - 2i = 0$ egyenlet összes gyökét algebrai alakban! (6 pont)

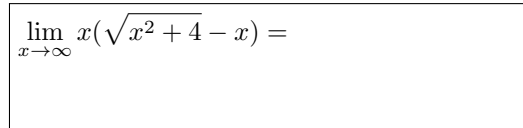
b) Oldjuk meg az alábbi egyenletet! (2 pont)

$$\frac{z}{3 + 4i} = \overline{3 + 4i}$$



5. Számítsuk ki az $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 4} - x)$ határértéket! (5 pont)

$\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 4} - x) =$



6. Tekintsük az $A(1, 1, 1)$, $B(3, 3, 2)$, $C(2, -1, 3)$ és $D(2, -3, -2)$ vektorokat. (8 pont)

a) Határozzuk meg az ABC háromszög területét!

b) Írjuk föl az ABC sík egyenletét!

c) Határozzuk meg a D pontnak e síktól való távolságát!

a)

b)

c)

7. Adjuk meg az a és b paraméter értékét úgy, hogy az f függvény folytonos legyen! (8 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(2x)}{3x^2} & x < 0 \\ ax + b & 0 \leq x \leq 6 \\ \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6} & 6 < x \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos(2x)}{3x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6} =$$

$$ax + b =$$