**MAT A1b – 1. ZH. – 2012. október 12.** Név: ____________________ Gyakvez.: _____

**1.** Adja meg a következő műveletek eredményét, ha létezik (ha nem, írjuk be, hogy NEM LÉTEZIK)! (Az $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ az szokásos alapvektorok.) *(4 pont)*

$\mathbf{i} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{j}) =$

$\mathbf{i} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{j}) =$

$\mathbf{i} \times (\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}) =$

$\mathbf{i} \cdot (\mathbf{k} \cdot \mathbf{j}) =$

**2.** Bontsuk fel az $\mathbf{a} = (1, -2, 3)$ vektort egy a $\mathbf{b} = (1, 0, 1)$ vektorral párhuzamos $\mathbf{x}$ és egy rá merőleges $\mathbf{y}$ vektor összegére! *(3 pont)*

$\mathbf{x} =$

$\mathbf{y} =$

**3.** Adjuk meg annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, mely az $S$: $x + 2y - z + 1 = 0$ síkban fekszik, és merőlegesen metszi az $e$: $x = -2 + t$, $y = t$, $z = 2t$ egyenest! *(5 pont)*

**4.** Írjuk fel az $x-1=2y=-2z+2$ implicit egyenletrendszerrel megadott egyenes explicit (paraméteres) egyenletrendszerét! *(3 pont)*

**5.** Tekintsük az $\mathbf{a}=(1,0,1)$, $\mathbf{b}=(0,1,1)$ és $\mathbf{c}=(1,1,1)$ vektorokat. *(4 pont)*

*a)* Határozzuk meg az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ által kifeszített paralelogramma területét!

*b)* Határozzuk meg az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ és $\mathbf{c}$ által kifeszített paralelepipedon térfogatát.

*c)* Döntsük el, hogy e három vektor ebben a sorrendben jobb- vagy balrendszert alkot!

*a)*

*b)*

*c)*

**6.** Oldjuk meg az alábbi egyenleteket! *(7 pont)*

*a)* $(1+i)z=\overline{3+i}$,

*b)* $iz^2+(2+2i)z+(2-i)=0$,

*c)* $z^4=-1+\sqrt{3}i$,

*a)*

*b)*

*c)*

**7.** Döntsük el, hogy az alábbi állítások igazak (I) vagy hamisak (H)! (A jó válasz +1 pont, a rossz válasz −1 pont, az üresen hagyott négyzet 0 pont.) *(6 pont)*

*a)* Ha egy $f$ függvénynek van jobb és bal oldali határértéke az $a$ helyen, akkor $\lim_{x\to a} f(x)$ is létezik. ☐

*b)* Ha $f$ differenciálható az $x = a$ helyen, akkor ott folytonos is. ☐

*c)* Ha $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$ és $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$, akkor $\lim_{x\to\infty} f(x)g(x) = 0$. ☐

*d)* Ha egy tetszőleges valós $f$ függvényre $\lim_{x\to a} f(x) = c$, akkor $f(a) = c$. ☐

*e)* Ha a $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$,... $\mathbf{v}_k$ vektorok lineárisan összefüggők, akkor mindegyikük kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként. ☐

*f)* Ha a $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$,... $\mathbf{v}_k$ vektorok lineárisan függetlenek, akkor egyikük sem fejezhető ki a többi lineáris kombinációjaként. ☐

**8.** Számítsuk ki az alábbi határértékeket! *(9 pont)*

*a)* $\displaystyle\lim_{x\to-1} \frac{x^2+x}{\sqrt{x+5}-2}$

*b)* $\displaystyle\lim_{x\to1^+} \left(\frac{x^2+1}{x-1} - \frac{x^2}{x+1}\right)$

*c)* $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x}$

*d)* $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{x^2+x}{\sin 2x}$

| |
|---|
| *a)* |
| *b)* |
| *c)* |
| *d)* |

**9.** Írjuk föl az $f(x) = x^4 - 5x - 8$ függvény $x = -1$ ponthoz tartozó érintőjének egyenletét. *(2 pont)*

**10.** Határozzuk meg az $\dfrac{2x^2+1}{x+1}$ függvény grafikonjának aszimptotáit! *(5 pont)*

**11.** Számítsuk ki az alábbi deriváltakat! *(2 pont)*

*a)* $\sin^3 x + \cos x^2$,

*b)* $\dfrac{\sin x}{x}$.