

MAT B1 – 1. pót-

1. rész – 2004-11-11 Neptunkód: _____ Név: _____ Gyakv: _____

1. Bizonyítsuk az $\neg a \Rightarrow b \equiv a \vee b$ azonosságot igazságtáblával! (2 pont)

2. Formalizáljuk az alábbi ítéletet, és annak tagadását! „Minden pozitív β számhoz található olyan pozitív γ szám, hogy ha az x az x_0 szám γ -sugarú környezetébe esik, akkor $f(x)$ az L szám β -sugarú teljes környezetébe esik.” (3 pont)

3. Melyik binomiális együtthatóval egyenlő az alábbi összeg? Végezzük el a műveletet anélkül, hogy a binomiális együtthatók értékét kiszámolnánk: (2 pont)

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{6}{2} + \binom{7}{3} + \binom{8}{4} =$$

4. A halmazelméleti azonosságokat felhasználva egyszerűsítsük az alábbi kifejezéseket! (H az alaphalmaz.) (2 pont)

$$X \cup (X \cap Y) = \\ (X \cap H) \cup (H \setminus X) =$$

5. Számítsuk ki az alábbi kifejezések értékét, ha \mathbf{v} egy tetszőleges térbeli vektor! (3 pont)

$$\mathbf{ij} + \mathbf{ijk} = \\ (\mathbf{v} \times \mathbf{v}) + (\mathbf{j} \times \mathbf{i}) = \\ (\mathbf{vi})\mathbf{i} + (\mathbf{vj})\mathbf{j} + (\mathbf{vk})\mathbf{k} =$$

6. Adjunk példát olyan sorozatra – vagy írjuk azt, hogy „NINCS”, mely (4 pont)

- a) konvergens, de nem korlátos: $a_n = \dots\dots\dots$
- b) korlátos, de nem konvergens: $a_n = \dots\dots\dots$
- c) monoton növekvő és konvergens: $a_n = \dots\dots\dots$
- d) váltakozó előjelű és nem konvergens: $a_n = \dots\dots\dots$

7. Írjuk fel az egyenlet(rendszer)ét egy olyan (3 pont)

- a) síknak, mely párhuzamos az y -tengellyel: $\dots\dots\dots$
- b) síknak, mely párhuzamos az yz -síkkal: $\dots\dots\dots$
- c) egyenesnek, mely párhuzamos az yz -síkkal: $\dots\dots\dots$

8. Írjuk fel i köbgyökeinek algebrai alakját! (3 pont)

9. Melyik igaz (I), melyik hamis (H) az alábbi állítások közül (Írjon I vagy H betűt a mezőkbe)? (2 pont)

Ha az $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ vektorok

- a) lineárisan összefüggőek, akkor bármely i esetén \mathbf{a}_i kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként.
- b) lineárisan összefüggőek, akkor valamely i esetén \mathbf{a}_i kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként.
- c) lineárisan függetlenek, akkor egyikük sem fejezhető ki a többi lineáris kombinációjaként.
- d) közül valamelyik nem fejezhető ki a többi lineáris kombinációjaként, akkor a vektorok lineárisan független rendszert alkotnak.

10. A hányadoskritériummal határozzuk meg, hogy az alábbi sor konvergens vagy divergens! (3 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{3^n}$$

11. Határozzuk meg a $P(3, -1, 2)$ pontnak a $6x - 2y - z = 7$ síktól való távolságát! (3 pont)