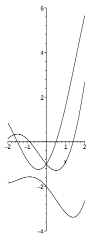
MAT B1 – 2. pót-

1. rész – 2004-12-15 Neptunkód: _ _ _ _ _ _ Név: ____________________ Gyakv: ______

1. Határozzuk meg az értelmezési tartományát és az értékkészletét az $f(x) = \operatorname{arctg}(e^x)$ függvénynek. *(2 pont)*

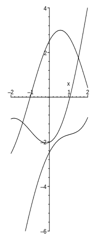
2. Az alábbi bal oldali ábrán egy függvény, valamint első és második deriváltjának grafikonja, a jobb oldalin egy függvény, valamint második és negyedik deriváltjának grafikonja látható. A bal oldali ábrán a függvények növekedésének (a jobb oldali ábrán konvexitásának) vizsgálatával döntsük el, hogy melyik melyiknek a deriváltja (a jobb oldali ábrán a második deriváltja). Azt a függvényt jelöltük A-val, amelyiknek a 2-ben felvett értéke a legnagyobb, és azt C-vel, amelyiké a legkisebb. Húzzunk nyilat a függvény betűjelétől a derivált (a jobb oldali ábrán a második derivált) betűjeléig minden lehetséges esetben. *(4 pont)*



A

B

C

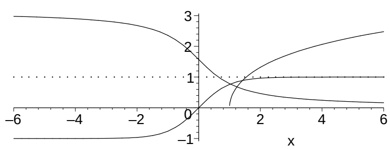


A

B

C

3. Az alábbi ábrán három elemi függvény grafikonja látható. Írjuk a grafikon mellé a nevüket! *(3 pont)*



4. Határozzuk meg az alábbi határértékeket! *(2 pont)*

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{x} =$

b) $\lim\limits_{x\to+0} x \ln x =$

5. Számítsuk ki az alábbi differenciálhányadosokat! *(4 pont)*

a) $(xe^x \sin 2x)' =$

b) $\left(\sin^2(e^x)\right)' =$

6. A $\sin x$ függvény $x_0 = \pi/2$ helyhez tartozó másodfokú Taylor-polinomja a maradéktaggal = *(4 pont)*

7. A Horner-módszert használva osszuk el maradékosan az $f(x) = x^3 - x + 3$ polinomot az $x - 2$ polinommal, majd számítsuk ki f-nek az $x = -2$ helyen vett helyettesítési értékét! *(3 pont)*

a hányados:

a maradék:

a helyettesítési érték:

8. Adjunk meg olyan függvényt, mely *(4 pont)*

1. a $(0, 2)$ intervallumon folytonos, de az 1 pontban nem differenciálható.

2. a $(0, 2)$ intervallumon invertálható, de nem monoton.

9. Melyek igazak (I) az alábbi állítások közül, és melyek nem (N)? *(2 pont)*

a) Ha f szigorúan monoton csökkenő és differenciálható az (a, b) intervallumon, akkor minden $c \in (a, b)$ pontban fennáll a $f'(c) < 0$ reláció. ☐

b) Ha az f függvény az a hely egy teljes környezetében értelmezve van, és f-nek a-ban lokális maximuma van, akkor $f'(a) = 0$. ☐

c) Ha f differenciálható az a helyen, és $f'(a) = 0$, akkor f-nek a-ban szélsőértéke van. $\square$

10. Mit tudunk az f függvényről az a pontban? Minimuma (MIN), maximuma (MAX), inflexiós pontja (INFL) van? Ha egyik sem, akkor konvex (KONVX) vagy konkáv (KONKV)? *(3 pont)*

1. $f'(a) = 1$, $f''(a) = 0$, $f'''(a) = 1$: ...
2. $f'(a) = f''(a) = f'''(a) = 0$, $f^{(4)}(a) = -1$: ...
3. $f'(a) = 1$, $f''(a) = f'''(a) = 0$, $f^{(4)}(a) = -1$: ...
4. $f'(a) = f''(a) = \cdots = f^{(8)}(a) = 0$, $f^{(9)}(a) = 1$: ...