

1. Osszuk el a (4 pont) 5. Az a és b milyen értékeire lesz az alábbi függvény az egész számegegyenesen monoton? (3 pont)

a) $3x^4 - x^2 + 1$ polinomot maradékosan $x^2 + 2$ -vel;

$$f(x) = \begin{cases} b + \frac{1}{x}, & \text{ha } x \leq -1 \\ a \ln(x+2), & \text{ha } x > -1 \end{cases}$$

a hányados:

a maradék:

b) $2x^5 - 3x^4 + 5x^3 - 13x^2 - 3$ polinomot maradékosan az $x - 2$ polinommal – ez utóbbit a Horner-módszerrel;

a hányados:

a maradék:

6. Írjuk fel az $f(x) = \frac{1}{x^2}$ függvény 3-adfokú Taylor-polinomját $x = 1$ körül! (3 pont)

2. Számítsuk ki az alábbi deriváltakat! (4 pont)

a) $\left(\ln \frac{x^2}{(x+1)(x-2)}\right)' =$

7. Egyszerűsítsük az $f(x) = \text{tg}(\arccos x)$ kifejezést! Mi az értelmezési tartománya ennek a függvénynek? (3 pont)

b) $\left(\sqrt{x + \frac{1}{\cos x}}\right)' =$

3. Aszimptotája-e a megadott függvénynek az $x = 1$ függőleges egyenes (I vagy N)? (3 pont)

a) $\frac{x-1}{\ln x}$

b) $\ln(x-1)$

c) $\frac{x^2+2x}{x^2+3}$

d) $e^{-\frac{1}{(x-1)^2}}$

8. Lássuk be, hogy az $y = \frac{x^2+2}{x^2}$ függvény invertálható a $(0, +\infty)$ intervallumon! Adjuk meg az inverzét! (4 pont)

4. Határozzuk meg az alábbi határértékeket! (3 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \sin \frac{1}{x^3} =$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \sin \frac{1}{x^3} =$

c) $\lim_{y \rightarrow 1+0} \frac{2x^2 - x - 10}{x^3 + 8} =$

9. Melyek igazak (I) az alábbi állítások közül, és melyek nem (N)? (3 pont)

a) Ha az f függvény az a hely egy teljes környezetében értelmezve van, és f -nek a -ban lokális maximuma van, akkor $f'(a) = 0$.

b) Ha f diffható az a helyen, és $f'(a) = 0$, akkor f -nek a -ban szélsőértéke van.

c) Ha f szigorúan monoton növekvő és differenciálható az (a, b) intervallumon, akkor minden $c \in (a, b)$ pontban fennáll a $f'(c) > 0$ reláció.

d) Ha f differenciálható az (a, b) intervallumon, és ott invertálható is, akkor szigorúan monoton is.

e) Ha f differenciálható az $[a, b]$ intervallumon, akkor ott korlátos is.