

1. Írjuk egyszerűbb alakba (azaz hiperbolikus függvények nélkül) a $\operatorname{ch}(\operatorname{arsh} x)$ függvényt! Mi e függvény értelmezési tartománya és értékkészlete? (3 pont)

2. Határozzuk meg az implicit módon megadott $e^{xy} - (y + x)^2 = 3(x - 1)$ egyenletű görbe $(1, 0)$ pontjába húzott érintőegyenes egyenletét! (4 pont)

3. Határozzuk meg az $f(x) = e^{\ln \pi} + \arcsin\left(\frac{x-1}{3}\right)$ függvény értelmezési tartományát és értékkészletét! (4 pont)

4. Határozzuk meg az alábbi határértékeket!

(8 pont)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/\sin x} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x} =$

5. Határozzuk meg az $f(x) = x^3 |x - 2|$ függvény $[1, 3]$ intervallumba eső kritikus pontjait, és ezt felhasználva a függvény abszolút maximumát és minimumát ezen az intervallumon. (5 pont)



6. Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

(10 pont)

$$(a) \int \left(\frac{\cos x}{\sin^2 x} + \frac{3}{\sin^2 x} + \frac{x-1}{\sqrt{x}} \right) dx =$$

$$(b) \int_{-1/4}^{\sqrt{3}/4} \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} dx =$$

7. Mennyi az $x^2 + 2x$ függvény átlaga a $[0, 3]$ intervallumon, fölveszi-e ezt az értéket az intervallumon belül, és ha igen, hol?

(4 pont)

8. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az $f(x) = \frac{2+\ln x}{x}$ függvénnyel!
(12 pont)

Értelmezési tartomány:

Értékkészlet:

Tengelymetszetek:

Határértékek $\pm\infty$ -ben:

Aszimptoták:

Első és második derivált:

Monoton nő/csökken:

Konvex/konkáv:

Maximum helye és értéke:

Minimum helye és értéke :

Inflexiós pont:

Grafikon: