

1. Bizonyítsuk igazságtáblával az $(a \wedge \neg b) \vee b \equiv (b \wedge \neg a) \vee a$ azonosságot! (2 pont)

6. Halmazelméleti azonosságok segítségével igazoljuk az $(A \cup \overline{B}) \cap B = (B \cup \overline{A}) \cap A$ azonosságot! (3 pont)

2. Melyik igaz (I), melyik hamis (H) az alábbi állítások közül (Írjunk I vagy H betűt a mezőkbe)? (3 pont)

Ha az $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ vektorok

a) nem mindegyike fejezhető ki a többi lineáris kombinációjaként, akkor e vektorok lineárisan függetlenek.

b) lineárisan függetlenek, akkor van köztük olyan, amelyik nem fejezhető ki a többi lineáris kombinációjaként.

c) lineárisan összefüggőek, akkor mindegyikük kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként.

d) közül mindegyik kifejezhető a többi lineáris kombinációjaként, akkor lineárisan összefüggőek.

3. Konstruáljunk olyan $[a_n]$ és $[b_n]$ sorozatot ha lehetséges (ha nem lehetséges, jelezzük ezt egy X betűvel), hogy $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$ és (3 pont)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 3$ legyen!

$$a_n = \quad b_n =$$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \infty$ legyen!

$$a_n = \quad b_n =$$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = -\infty$ legyen!

$$a_n = \quad b_n =$$

4. Írjuk fel a $-2 + 2\sqrt{3}i$ negyedik gyökei közül azt, amelyiknek argumentuma a legközelebb van π -hez. (3 pont)

7. Határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, mely tartalmazza a $x = 1 - 2t$, $y = 3$, $z = 1 + t$ egyenletrendszerű egyenest és átmegy a $P(1, 1, 1)$ ponton. (4 pont)

8. Hozzuk algebrai alakra az alábbi kifejezést: (3 pont)

$$\frac{(1 - 2i)^3}{1 - 3i}$$

9. Számítsuk ki az alábbi határértéket: (3 pont)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^3} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n \left(1 + \frac{2}{n}\right)^3 \frac{2n^3 - 3n}{3n^3 + 2}$$

5. Írjuk fel a $\mathbf{a} = (-1, -3, 2)$ vektornak a $\mathbf{c} = (3, 6, -2)$ vektor irányába eső merőleges vetületi vektorát, és ennek segítségével bontsuk fel \mathbf{a} -t egy \mathbf{c} -vel párhuzamos és egy rá merőleges vektor összegére. (4 pont)

10. Az alábbi síkok és egyenesek közül melyek párhuzamosak, melyek merőlegesek? Írjunk \parallel ill. \perp jelet a „...” helyére, vagy írjunk egy X-et, ha a két elem se nem párhuzamos, se nem merőleges!

$$S_1 : \quad x + y = 5, \quad S_2 : \quad x - y + 2z = 3,$$

$$x = 2 + t$$

$$e_1 : \quad y = t \quad e_2 : \quad \frac{x - 2}{2} = \frac{y}{2} = z - 5$$

$$z = 1$$

$e_1 \dots S_1, S_2 \dots e_2, S_1 \dots S_2, e_1 \dots e_2.$ (2 pont)