

1. Adva vannak az $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$, a $\mathbf{b} = (2, 1, 0)$ és a $\mathbf{c} = (0, 1, 1)$ vektorok. Számítsuk ki az $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c})$, az $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$ és az $\mathbf{a}\mathbf{b}\mathbf{c}$ kifejezések értékét! (3 pont)

$(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} =$ $\mathbf{a}\mathbf{b}\mathbf{c} =$

2. Bontsuk fel az $\mathbf{a} = (3, 5, 5)$ vektort egy a $\mathbf{b} = (1, 2, 3)$ vektorral párhuzamos \mathbf{x} és egy rá merőleges \mathbf{y} vektor összegére! (3 pont)

$\mathbf{x} =$ $\mathbf{y} =$

3. Adva van az $x + 1 = \frac{y}{2}$, $z = 2$ egyenletek által megadott egyenes. (4 pont)

- (a) Írjuk föl az explicit (paraméteres) alakját!
- (b) Írjuk föl annak a síknak az egyenletét, mely átmegy a $(2, -1, 2)$ ponton, és tartalmazza ezt az egyenest!

4. Az $x = 1 - 5t$, $y = 2 - 4t$, $z = -1 + t$ egyenes $t = 0$ és $t = 1$ paraméterű pontjai milyen messze vannak a $2x + 3y - 6z = 7$ síktól? A két pont a síknak azonos, vagy különböző oldalán van? (4 pont)

--

5. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket! (7 pont)
(a) $z^2 - (4 - 2i)z + (4 - 4i) = 0$,
(b) $(\sqrt{3} - i)z^4 + 2i^{27} = 0$,

6. Számítsuk ki az alábbi deriváltakat! (4 pont)
a) $(\operatorname{tg}^2 x + \sin x^2)'$
b) $\left(\frac{2x^3}{\cos x}\right)'$

7. Döntsük el, hogy az alábbi állítások igazak (I) vagy hamisak (H)! (A jó válasz +1 pont, a rossz válasz -1 pont, az üresen hagyott négyzet 0 pont.) (4 pont)

a) Ha $\mathbf{v} = c_1\mathbf{v}_1 + \dots + c_k\mathbf{v}_k$, ahol $c_1, \dots, c_k \in \mathbf{R}$, akkor \mathbf{v} nem lehet független a $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$ vektoroktól.

b) Ha a $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ vektorok lineárisan függetlenek, akkor egyikük sem fejezhető ki a többi lineáris kombinációjaként.

c) Ha $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$, akkor nem állhat fenn, hogy $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$.

d) Ha f folytonos az $x = a$ helyen, akkor ott differenciálható is.

8. Számítsuk ki az alábbi határértékeket (ha egy határérték nem létezik, írjuk azt, hogy NINCS)! (10 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{(x - 3)^2}$

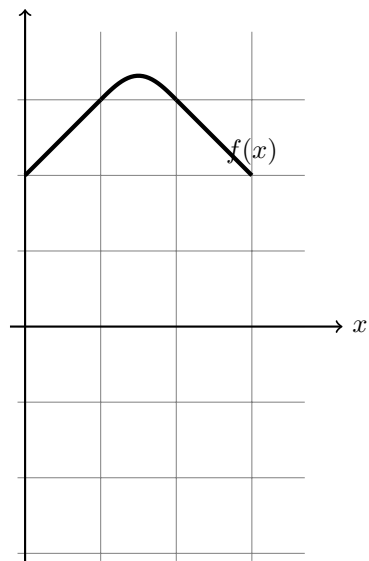
b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x \sin 3x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + x} - 2x$

a)	
b)	
c)	
d)	

9. Az ábrán a $[0, 3]$ intervallumon értelmezett f függvény grafikonja látható (a rács lépésköze 1). Vázoljuk fel az f' és az f'' függvények grafikonját, ha tudjuk, hogy f második deriváltja is folytonos, és a $[0, 1]$ és $[2, 3]$ intervallumok fölött a grafikon egyenes szakaszokból áll. (4 pont)



10. Írjuk föl az $f(x) = x^3 - 6x + 4$ függvény $x = 1$ ponthoz tartozó érintőjének egyenletét. (2 pont)

11. Határozzuk meg az $\frac{1 - 2x^3}{x + x^2}$ függvény grafikonjának függőleges és végtelenbeli ferde aszimptotáit! (5 pont)