

1. Igazoljuk, hogy az

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{ha } x \neq 0, \\ 1 & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

függvény differenciálható a 0 pontban.

(5 pont)

2. Határozzuk meg az implicit módon megadott $\sin(xy) + x^2 + y^2 = 1$ egyenletű görbe $(0, 1)$ pontjába húzott érintőegyenes egyenletét! (4 pont)

3. Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

(8 pont)

(a) $\int \left(\cos^3 x \sin x + \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} \right) dx =$

(b) $\int_{-1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx =$

4. Határozzuk meg az alábbi határértékeket! (8 pont)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\frac{1}{\ln x}} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x-1) - \ln(x^2-7)}{x-3} =$

5. Határozzuk meg az $f(x) = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ függvény $[-1, 1]$ intervallumba eső kritikus pontjait, és ezt felhasználva e függvény abszolút maximumát és minimumát ezen az intervallumon. (5 pont)



6. Írjuk egyszerűbb alakba (azaz hiperbolikus függvények nélkül) az $\operatorname{sh}(\operatorname{arch} x)$ függvényt! Mi e függvény értelmezési tartománya és értékkészlete?
(4 pont)

7. Mennyi a $(x + 2)\operatorname{sgn} x$ függvény átlaga a $[-1, 1]$ intervallumon, fölveszi-e ezt az értéket az intervallumon belül, és ha igen, hol? (A sgn függvény az előjelfüggvény, mely pozitív számokban 1-et, negatívokban -1 -et, 0-ban 0-t vesz föl.)
(4 pont)

8. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az $f(x) = \arctg x^2$ függvénnyel!
(12 pont)

Értelmezési tartomány:

Értékkészlet:

Tengelymetszetek:

Határértékek $\pm\infty$ -ben:

Aszimptoták:

Első és második derivált:

Monoton nő/csökken:

Konvex/konkáv:

Maximum helye és értéke:

Minimum helye és értéke :

Inflexiós pont helye és a függvényérték:

Grafikon: