

1. Adva van három vektor:  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ , ahol  $|\mathbf{a}| = 3$ ,  $|\mathbf{b}| = 5$ ,  $|\mathbf{c}| = 8$ ,  $\mathbf{a}$  merőleges  $\mathbf{b}$ -re,  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{c}$ , valamint  $\mathbf{b}$  és  $\mathbf{c}$  szöge is  $2\pi/3$ . Számítsuk ki a  $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})$  skaláris szorzat értékét! (4 pont)

$(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) =$

2. Legyen  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(2, 1, 2)$ ,  $C(4, -1, 3)$ ,  $D(3, -1, 2)$  a tér négy pontja. Mutassuk meg, hogy egy paralelogrammát határoznak meg! (2 pont)

3. Tekintsük az előző feladatbeli négy pontot! Határozzuk meg a (6 pont)

- (a) a pontokat tartalmazó sík egyenletét,
- (b) a paralelogramma  $A$  csúcsánál lévő szögét,
- (c) az  $AB$  egyenes egyenletrendszerét!

a)

b)

c)

4. Oldjuk meg a  $z^5 + 16z = 0$  egyenletet, és a megoldásokat írjuk föl algebrai alakban is! (5 pont)

5. Számítsuk ki elemi úton az alábbi határértékeket! (10 pont)

(a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - 2}{x-3}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x-2} - 2}{x-3}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\operatorname{tg}^2 3x}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}) \cos x$

a)

b)

c)

d)

6. Írjuk át a  $\frac{(\sqrt{3} + i)^5}{i^{19}}$  kifejezést algebrai alakba. (3 pont)

7. Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltját! (6 pont)

(a)  $\frac{\sin x^3}{x^2}$

(b)  $\sqrt[3]{1 + 2\sqrt{x}}$

(c)  $\sin(\cos x^2)$

a)

b)

c)

8. Adjuk meg az  $f \circ g$  és a  $g \circ f$  függvények képleteit és értelmezési tartományukat, valamint értékkészletüket, ha  $f : x \mapsto x^2 + 1$ ,  $g : x \mapsto 2\sqrt{2x}$ . (6 pont)

$(f \circ g)(x) =$

$(g \circ f)(x) =$

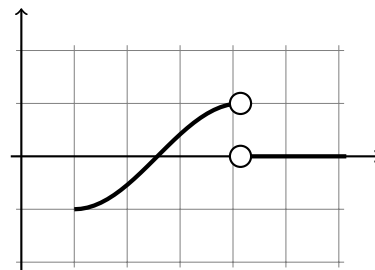
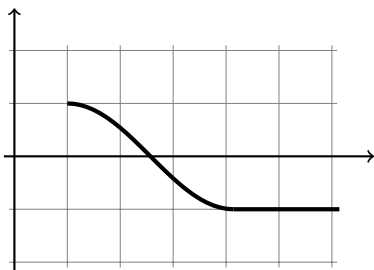
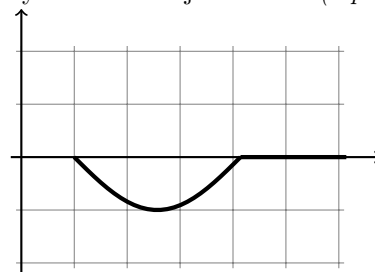
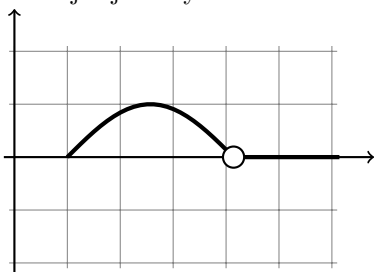
$\mathcal{D}(f \circ g) =$

$\mathcal{R}(f \circ g) =$

$\mathcal{D}(g \circ f) =$

$\mathcal{R}(g \circ f) =$

9. Rajzoljunk nyilakat az ábrák közé (összesen 3-at), mely egy függvényből a deriváltjába mutat. (3 pont)



10. Határozzuk meg az  $\frac{x^3 - 2}{x^2 + 1}$  függvény grafikonjának aszimptotáit! (5 pont)