

1. Bontsuk fel az $\mathbf{a} = (3, 5, 5)$ vektort egy $\mathbf{b} = (1, 2, 3)$ vektorral párhuzamos \mathbf{x} és egy rá merőleges \mathbf{y} vektor összegére!
(3 pont)

$\mathbf{x} =$

$\mathbf{y} =$

2. Adva van az $x + 1 = \frac{y}{2}$, $z = 2$ egyenletek által megadott egyenes.
(4 pont)

(a) Írjuk föl az explicit (paraméteres) alakját!

(b) Írjuk föl annak a síknak az egyenletét, mely átmegy a $(2, -1, 2)$ ponton, és tartalmazza ezt az egyenest!

3. Oldjuk meg az $(\sqrt{3} - i)z^4 + 2i^{27} = 0$ egyenletet!
(4 pont)

4. Döntsük el, hogy az alábbi állítások igazak (I) vagy hamisak (H)! (A jó válasz +1 pont, a rossz válasz -1 pont, az üresen hagyott négyzet 0 pont.) (4 pont)

a) Ha $\mathbf{v} = c_1\mathbf{v}_1 + \dots + c_k\mathbf{v}_k$, ahol $c_1, \dots, c_k \in \mathbf{R}$, akkor \mathbf{v} nem lehet független a $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$ vektoroktól.

b) Ha a $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ vektorok lineárisan függetlenek, akkor egyikük sem fejezhető ki a többi lineáris kombinációjaként.

c) Ha $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$, akkor nem állhat fenn, hogy $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$.

d) Ha f folytonos az $x = a$ helyen, akkor ott differenciálható is.

5. Számítsuk ki az alábbi határértékeket (ha egy határérték nem létezik, írjuk azt, hogy NINCS)! (4 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{(x - 3)^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x \sin 3x}$

a)

b)

6. Számítsuk ki az alábbi deriváltakat! (4 pont)

a) $(\operatorname{tg}^2 x + \sin x^2)'$

b) $(\frac{2x^3}{\cos x})'$

7. Írjuk föl az $f(x) = x^3 - 6x + 4$ függvény $x = 1$ ponthoz tartozó érintőjének egyenletét. (2 pont)

8. Határozzuk meg az $f(x) = e^{\ln \pi} + \arcsin\left(\frac{x-1}{3}\right)$ függvény értelmezési tartományát és értékkészletét! (4 pont)

9. Határozzuk meg a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$ határértéket! (4 pont)

10. Számítsuk ki az $\int \left(\frac{\cos x}{\sin^2 x} + \frac{3}{\sin^2 x} + \frac{x-1}{\sqrt{x}} \right) dx$ integrált! (5 pont)

11. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az $f(x) = \frac{2+\ln x}{x}$ függvényvel!
(12 pont)

Értelmezési tartomány:

Értékkészlet:

Tengelymetszetek:

Határértékek $\pm\infty$ -ben:

Aszimptoták:

Első és második derivált:

Monoton nő/csökken:

Konvex/konkáv:

Maximum helye és értéke:

Minimum helye és értéke :

Inflexiós pont:

Grafikon: