

1. Döntsük el (ha szükséges, egy másik integrállal való összehasonlítva), hogy az alábbi improprius integrálok konvergensek-e!

a) $\int_0^1 x^{-2/3} dx$

b) $\int_0^1 \ln^2 x dx$

c) $\int_0^\infty \operatorname{arctg} x dx$

d) $\int_0^1 \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$

e) $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx$

f) $\int_2^\infty \frac{1}{\sqrt[3]{x^4-1}} dx$

2. Számítsuk ki a két görbe közötti területet:

a) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ és $x + y = 1$;

b) $y = \frac{x^5 - 3x}{x^4 + 1}$ és az aszimptotája.

3. Számítsuk ki a következő görbék ívhosszát az adott intervallum fölött!

a) $y = \frac{1}{3}(2x)^{3/2}$, $[0, 4]$

b) $y = 1 - \frac{x^2}{4}$, $[0, 2]$

4. Számítsuk ki az annak a forgástestnek a térfogatát, amelyet a megadott görbedarab x , illetve y tengely körüli forgatásával kapunk!

a) Az $y = x - \frac{1}{x}$ függvény $[1, 3]$ fölötti része az x tengely körül.

b) Az $y = \cos^2 x$ függvény $[0, \pi]$ fölötti része az x tengely körül.

c) Az $y = e^x$ függvény $[0, 1]$ fölötti része az y tengely körül.

d) Az $y = \frac{1}{x^{3/2}}$ függvény $[0, 4]$ fölötti része az y tengely körül.

5. Oldjuk meg az alábbi szétválasztható változójú differenciálegyenleteket!

a) $y' = x \cos^2 y$

b) $xyy' + y^2 - 1 = 0$

c) $2y' + y = 5$, $y(0) = 0$

6. Egy pont mozgását a számegyenesen az $s(t)$ függvény írja le. Határozzuk meg az ezt a függvényt, ha ismert

a) a sebességfüggvény $v(t) = t + \sqrt{t}$ és a kezdőpont $s(0) = 3$;

b) a gyorsulásfüggvény $a(t) = \frac{1}{1+t^2}$ és a kezdeti értékek $s(0) =$ és $v(0) = 1$.