

11. matematika gyakorlat
Közlekedésmérnöki Kar, 2014 ősz

(^{HF} – javasolt házi feladat, * – nem kötelező, gondolkodtató feladat, B – Babcsányi feladatgyűjtemény I., T – Thomas-féle kalkulus I.)

Alapintegrálokra visszavezethető feladatok

1. (Elemi átalakításokkal alapintegrálra vezető feladatok) Végezzük el az alábbi határozatlan integrálásokat!

a) $\int \sqrt[3]{x^4 + 1} dx,$ b) $\int \sqrt{x \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}} dx,$ c) ^{HF, B12.5} $\int \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}} dx,$
d) $\int \ln(7 \cdot e^{x^2+4}) dx,$ e) * $\int \frac{9 - \sin^2 x}{\cos^2 x} dx,$ f) ^{HF, B12.6} $\int 2e^x + \frac{5}{x} + \frac{1}{\cos^2 x} dx,$
g) $\int \frac{x-4}{\sqrt{x+2}} dx,$ h) ^{HF} $\int \frac{e^{2x}-1}{e^x-1} dx,$ i) ^{HF, B12.13} $\int \frac{e^{3x}+1}{e^x+1} dx$ (lásd a **2.** feladatbeli szabályt)

2. (Lineáris argumentumú függvény primitív függvénye) Végezzük el az alábbi határozatlan integrálásokat!

a) $\int 3e^{2x+7} dx,$ b) $\int \frac{1}{3} \sin(5x) dx,$ c) ^{HF, B12.14} $\int (2x-3)^{100} dx,$
d) $\int \frac{1}{1+(x-5)^2} dx,$ e) $\int \frac{3}{4-x} dx,$ f) ^{HF, B12.18} $\int \sqrt[3]{1-3x} dx$

3. („A primitív függvények csak additív konstansban térnek el egymástól”) Deriválással vagy integrálással döntsük el, hogy igazak vagy hamisak-e az alábbi állítások! (C tetszőleges valós szám.)

a) ^{T4.8.60} $\int \frac{1}{(1+x)^2} dx = \frac{x}{x+1} + C,$ b) $\int (2x+1)^2 dx = \frac{8x^3 + 12x^2 + 6x}{6} + C,$
c) ^{HF, T4.8.64 b} $\int \sqrt{2x+1} dx = \sqrt{x^2+x} + C$

4. (Polinom vagy egész rész leválasztásával alapintegrálra vezető feladatok) Végezzük el az alábbi határozatlan integrálásokat!

a) $\int \frac{x-3}{x+2} dx,$ b) $\int \frac{2x-1}{x+3} dx,$ c) ^{HF} $\int \frac{5x+4}{x-1} dx,$
d) $\int \frac{x^2+2}{x-1} dx,$ e) ^{HF} $\int \frac{x^2-7}{x^2+1} dx,$ f) ^{HF} $\int \frac{3x^2+1}{x+1} dx$

5. (Linearizáló formulák) Végezzük el az alábbi határozatlan integrálásokat!

a) $\int \sin^2 x dx,$ b) $\int \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{3}\right) dx,$ c) ^{HF} $\int \cos^2(3x) dx$

6. (Határozott integrál, Newton–Leibniz-formula, alapok) Számítsuk ki az alábbi határozott integrálokat!

a) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx,$ b) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x dx,$ c) ^{HF} $\int_2^3 \frac{4}{x-1} dx,$
d) $\int_{-1}^1 \sqrt[3]{|x|} dx,$ e) * $\int_{-2}^2 x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx,$ f) * $\int_0^{2/\pi} 2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right) dx$