

**10. matematika gyakorlat**  
**Közlekedésmérnöki Kar, 2014 ősz**

(<sup>HF</sup> – javasolt házi feladat, \* – nem kötelező, gondolkodtató feladat, B – Babcsányi feladatgyűjtemény I., T – Thomas-féle kalkulus I.)

**1. (L'Hospital-szabály)** Döntsük el, hogy milyen alakú határértékek a következők és számítsuk ki az alábbi függvényhatárértékeket!

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin^2 x)}{\sin x},$	b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/(\cos(x)-1)},$	c) <sup>HF, B11.136</sup> $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x^2}$
d) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{x-6}$	e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{x + \operatorname{arctg} 2x},$	f) <sup>HF, B10.148</sup> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(ax)}{\operatorname{arctg}(bx)} \quad (b \neq 0)$
g) $\lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x$	h) $\lim_{x \rightarrow 0+} x^{\sin x},$	i) <sup>HF, B11.132</sup> $\lim_{x \rightarrow 0+} (\sin x)^x$
j) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}$	k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3 - 2x},$	l) <sup>HF, B11.128</sup> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}$

**2. (L'Hospital-szabály+)** Döntsük el, hogy alkalmazhatóak-e a L'Hospital-szabályok, és mire lehet belőlük következtetni? Ha nem alkalmazhatók, akkor keressünk alternatív megoldási módot!

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin(x)}{x - \sin(x)},$	b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x},$	c) <sup>HF, B11.137</sup> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(\frac{1}{x})}{\sin x}$
d) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{\sin x}}$	e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\operatorname{arctg} x},$	f) <sup>HF, B10.149</sup> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{arctg}(ax)}{\operatorname{arctg}(bx)} \quad (b \neq 0)$
g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x}}{e^{-2x} + e^{-3x}}$	h)* $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{1 - \cos x},$	i) <sup>HF, B11.131</sup> $\lim_{x \rightarrow 0+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x}$

**3. (Függvényvizsgálat)** Vizsgáljuk meg az alábbi függvényeket monotonitás, lokális és abszolút szélsőértékek, ill. konvexitás szempontjából!

a)  $f(x) = \frac{\ln x}{x},$       b)  $g(x) = \sqrt[3]{x^2} - 2x$