

Jelölések: T2 = Thomas 2; ► = **kötelező bizonyítás**; 7.5 = 7.5 fejezet; F4 = 4. Függelék; 1P = 1. PÉLDA; 3T = 3. TÉTEL; 2K = 2. KÖVETKEZMÉNY;

1. Bevezetés: • logikai műveletek és műveletábrák, azonosságok, ► az előadáson elhangzott kétváltozós logikai azonosságok bizonyítása igazságtáblával, • kvantorok, logikai műveleteket és kvantorokat tartalmazó állítások tagadása • végtelen számhalmazok számossága

2. Vektorok: • vektorműveletek (összeadás, skalárral szorzás, skaláris és vektori szorzás, vegyes szorzat), vektor abszolút értéke, két vektor szöge • vektorműveletek műveleti tulajdonságai • a skaláris, vektori és a vegyes szorzat geometriai jelentése (vektor egy másik vektorra eső merőleges vetülete és annak hossza, paralelogramma területe, paralelepipedon térfogata) • milyen feltételekkel lesz $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$, $\mathbf{abc} = 0$ • a műveletek koordinátás alakja ► a skaláris szorzat koordinátás alakja 3-dim-ban • Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz-egyenlőtlenség • orientáció • vektorok lineáris függetlensége és a nullvektor lineáris kombinációként való egyértelmű előállíthatósága • vektorok lineáris függetlensége és bármely lineáris kombinációjuk egyértelműsége

3. Tételek: • egyenes és sík explicit és implicit egyenlet(rendszer)ei (és ezek meghatározása megadott adatokból) • koordináta-tengellyel ill. koordináta-síkkal párhuzamos egyenes és sík egyenlete • egyenes és sík metszéspontjának meghatározása ► pont és egyenes távolsága a térben • pont és sík távolsága

4. Komplex számok (F4): • *komplex szám algebrai alakja*, komplex számsík • műveleti tulajdonságok, konjugált és absz. ért. tulajdonságai • binomiális-tétel • *trigonometrikus alak* (F4: nem kell az $re^{i\theta}$ alak és az Euler-formula), műveletek trig. alakban adott komplex számokkal, gyökvonás, *egységgyökök*, • az algebra alaptétele • valós együtthatós polinom felbomlik elsőfokú és negatív diszkriminánsú másodfokúak szorzataként

5. Függvényhatárérték: • *függvényhatárérték* (2.3) • a határérték kiszámítása, szendvicstétel (2.2) ► összeg határértéke (2.3 6P) • jobb és bal oldali határérték, határérték a végtelenben (2.4) • $(\sin x)/x$ határértéke (2.4 7T), • $(\cos x - 1)/x$ határértéke (2.4 5P) • a *végtelen határérték*, aszimptota

6. Folytonosság (2.6): • *pontbeli folytonosság*, folytonos függvények • folytonos függvények tulajdonságai (9T, 10T) • függvények folytonos kiterjesztése • Bolzano-tétel (11T), zárt intervallumon értelmezett folyt. függvény értékészlete zárt intervallum, zérushely meghatározása Bolzano-tétellel

7. Differenciálás (3): • érintő, *derivált* (2.7), deriváltfüggvény (3.1), a derivált ábrázolása, jobb és bal oldali derivált ► folytonosság és differenciálhatóság kapcsolata (3.1 1T), • Darboux-tétel (2T) • deriválási szabályok (3.2) ► x^n deriváltja ► szorzatfüggvény deriváltja ► \sin függvény deriváltja • összetett függvények deriváltja, láncszabály • paraméteresen megadott görbe, görbe paraméterezése (egyenes, szakasz, kör, ellipszis, parabola), paraméteresen megadott görbék meredeksége • implicit függvény deriváltja (3.6), • linearizáció, lineáris közelítés • differenciál, becslés differenciálokkal • az e szám definíciója, • trigonometrikus függvények injektív megszorításai, inverzeik ► arcsin deriváltja • a \log függvény deriváltja

8. Derivált alkalmazásai: • függvény szélsőértékei, abszolút minimum, maximum • szélsőértéktétel (Weierstrass-tétel: 4.1 1T) • lokális maximum, minimum ► az első derivált és a lokális szélsőérték I. rész (4.1 2T) • kritikus pont ► Rolle-tétel (4.2 3T) • Lagrange-féle középértéktétel és geometriai szemléltetése • a Lagrange-féle középértéktétel következményei: egy intervallumon csak a konstans függvény deriváltja 0; egy intervallumon azonos deriválttal rendelkező függvények konstansban különböznek • monoton függvények • első derivált teszt monoton függvényekre (4.3 3K) • a derivált előjelváltása és a szélsőérték kapcsolata • konvex, konkáv függvény • f konvexitása és f' szigorú monotonitásának kapcsolata • f konvexitása és f'' előjele közti kapcsolat (4.3 3K) • inflexiós pont létezése és f'' nulla volta közti kapcsolat • második derivált és lokális szélsőérték (4.4 5T) • határozatlan alakok ($0/0$, ∞/∞ , 0∞ , $\infty - \infty$), L'Hospital-szabály ► az első alak bizonyítása (4.6 6T) • Cauchy-féle középértéktétel és geometriai szemléltetése • \log , hatvány, polinom, \exp függvények hányadosának aszimptotikus viselkedése

9. Integrálás: • *primitív függvény, határozatlan integrál* (4.8) • Riemann-összeg (integrálközelítő összeg), felosztás és normája • *határozott integrál, mint a Riemann-összegek határértéke* • görbe alatti terület és határozott integrál • függvény átlaga (középértéke) ► középértéktétel határozott integrálokra (5.4 3T) ► a változó felső határú integrál deriváltja (Newton–Leibniz-tétel 1. rész, 5.4 4T) ► Newton–Leibniz-tétel (2. rész, 5.4 4T) • helyettesítési szabály (5.5 5T) • helyettesítés a határozott integrálban (5.6 6T) • páros és páratlan függvények határozott integrálja • görbék által határolt terület

10. Transzcendens függvények: • injektív (invertálható) függvény, *függvény inverze*, grafikonjaik kapcsolata, inverz függvény meghatározása • inverz függvény deriváltja (7.1 1T) • természetes logaritmusfüggvény, az e szám • \ln tulajdonságai, logaritmikus deriválás • a természetes alapú exponenciális függvény, mint a természetes alapú \log inverze • az \exp függvény tulajdonságai, deriváltja, integrálja ► \exp deriváltja • az e , mint határérték (7.3 4T) • az általános logaritmus és exponenciális függvény és tulajdonságaik (7.4) • határozatlan alakok: 1^∞ , ∞^0 , 0^0 , • hiperbolikus függvények és inverzeik: sh , ch , th , cth , arsh , arch , arth , arth , tulajdonságaik, deriváltjuk

11. Integrálási technikák (8): • parciális integrálás (a négy alaptípus), parciális integrálás határozott integrálokra • racionális törtfüggvények integrálása • trigonometrikus integrálok: linearizáció (T2 52. oldal), \sin - és \cos -hatványok (T2 242. oldal) • $1/\sin x$ és $1/\cos x$ integrálja • helyettesítés változó helyébe (invertálható függvénnyel) • trigonometrikus helyettesítések • improprius integrálok ► $\int_1^\infty 1/x^p dx$ integrál konvergencia, ha $p > 1$, divergens, ha $p \leq 1$ (T2 279-280) • konvergenciakritériumok: összehasonlító kritérium, hányados-teszt

12. Integrál alkalmazásai: ► a kör területe • térfogat, a gömb térfogatának kiszámítása, Cavalieri-elv ► henger, kúp és félgömb térfogata közti kapcsolat • forgástest térfogata • paraméteresen vagy függvény grafikonjaként megadott görbe ívhossza ► a kör kerülete