

1. Egészítsük ki az alábbi állításokat (definíciókat, tételeket) úgy, hogy igazak legyenek. (3223 pont)

- a) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ pontosan akkor, ha
 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ pontosan akkor, ha
 $\mathbf{abc} = 0$ pontosan akkor, ha

b) *Jobb oldali határérték:* Tegyük fel, hogy az f függvény értelmezve van a intervallumon. Azt mondjuk, hogy f *jobb oldali határértéke* az a helyen L , jelölése $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$, ha...

c) *Lagrange középértéktétele:* Legyen az f függvény...

Ekkor létezik az (a, b) intervallumban legalább egy olyan c pont, amelyre...

d) *Newton–Leibniz-tétel 1. rész:* Ha f az $[a, b]$ intervallumon, akkor az

$$F(x) = \int_{\dots}^{\dots} \dots$$

függvény az $[a, b]$ intervallumon, az (a, b) intervallumon, továbbá igaz a következő összefüggés:

2. Legyen $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$, és legyen $f(0) = -1, f(1) = 1$. Feltétlenül felveszi-e f a 0 értéket a $(0, 1)$ intervallumon (írjunk a négyzetbe I-t, ha igen, N-et ha nem), ha f a $[0, 1]$ intervallumon (2 pont)

1. folytonos?
 2. differenciálható?
 3. integrálható?

3. Bizonyítsuk be a hatványfüggvény deriválási szabályát racionális kitevőkre! (3 pont)

4. Töltsük ki az alábbi táblázatot! (4 pont)

| függvény | értékkészlet | derivált |
|----------|--------------|----------|
| arccos | | |
| th | | |

5. Vezessük le az \exp függvény deriváltjára vonatkozó tételt! (2 pont)

6. Végezzük el az alábbi számításokat! (2223 pont)

a) Mennyi az értéke az alábbi kifejezéseknek?

$$\arcsin(\sin \frac{5\pi}{6}) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} =$$

b) $\int x \sin x \, dx =$

c) $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} \, dx =$

d) $\int_0^{\pi} \sin^3 x \, dx =$