

1. Egészítsük ki az alábbi állításokat (definíciókat, tételeket) úgy, hogy igazak legyenek. (222 pont)

4. Mutassuk meg deriválással, hogy $x \in [-1, 1]$ esetén $\arcsin x + \arccos x = \pi/2$. (3 pont)

a) A függvényhatárérték a végtelenben: Azt mondjuk, hogy f határértéke a végtelenben L , azaz $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$, ha...

b) Nagy ordó: Legyenek f és g olyan függvények, amelyek elegendően nagy x -ek esetén Azt mondjuk, hogy $x \rightarrow \infty$ esetén f legfeljebb olyan ütemben nő, mint g , ha, hogy elegendően nagy x -ek esetén...

5. Számítsuk ki az alábbi határértéket egy megfelelően választott függvény integrálközelítő összegeinek és integráljának segítségével. (3 pont)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{k}{n}}$$

c) Cauchy-féle közéértéktétel: Legyen az f és g függvény...

Ekkor létezik az (a, b) intervallumban legalább egy olyan c pont, amelyre...

6. Mennyi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$, ha $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 1$? (2 pont)

2. Igazak-e az alábbi állítások? Írjunk I vagy N betűt a négyzetbe, válaszunkat nagyon röviden indokoljuk! Ha a válasz „N”, adjunk ellenpéldát! (6 pont)

a) Ha a $H \subseteq \mathbf{R}$ halmazon az f függvények deriváltja 0, akkor van olyan $C \in \mathbf{R}$ szám, hogy minden $x \in H$ esetén $f(x) = C$.

7. Az $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$ határozott integrálban végezzük el az $x = 2 \sin \vartheta$ helyettesítést, megfelelően írjuk át az integrál határait, végül számítsuk ki. (3 pont)

b) Ha az f függvény differenciálható az a pontban, és $f'(a) = 0$, akkor ott szélsőértéke van.

8. $\int \frac{3x^2 + 3x - 1}{x^3 + x^2 - 2} dx =$ (3 pont)

c) Ha az f függvény folytonos az a pontot tartalmazó I intervallumon, akkor a -ban differenciálható is.

3. Adjuk meg -81 négy negyedik gyökét! (4 pont)