

Matematika A1b 2006/2007 őszi

11. gyakorlat: Elemi függvények, L'Hospital-szabály

1. Határozzuk meg a következő függvények értelmezési tartományát és paritását (páros, páratlan, vagy egyik sem)!

$$\operatorname{tg} x, \quad \operatorname{arctg} x, \quad \frac{x^5 + x^3 + x}{x - 1}, \quad \frac{x^5}{\sin x}, \quad \operatorname{sh}(x^5)$$

2. Igaz-e valós függvényekre, hogy

- (a) párosszor páros az páros,
- (b) páratlanszor páratlan az páratlan,
- (c) páratlanszor páros az páros,
- (d) páratlan reciproka páratlan (0-ban legyen a reciprokfüggvény 0),
- (e) páros és páratlan összege páratlan,
- (f) páratlan inverze (ha létezik) páratlan?

3. Mi a

$$\left(\left(\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{\pi}} + \frac{1}{x^2 - 2x - 3} \right) \frac{1}{\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{2})} + 1 \right)^2 \lg \lg x?$$

függvény értelmezési tartománya?

4. Számoljuk ki az alábbi függvények inverzét! Ehhez persze meg kell határozni az inverzfüggvény értelmezési tartományát is!

$$\frac{x+1}{x-1}, \quad \operatorname{arctg} \sin x, \quad \operatorname{th}(1-4x), \quad f(x) = \begin{cases} (x+1)^4, & \text{ha } x > -1 \\ -(x+1)^2, & \text{ha } x \leq -1 \end{cases}$$

5. L'Hospital-szabályra főbb típusok

$$\left(\frac{\infty}{\infty} \right) \frac{x}{e^x}, \text{ ahol } x \rightarrow \infty$$

$$\left(\frac{0}{0} \right) \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\sin 4x}, \text{ ha } x \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

$$(0 \cdot \infty) \sqrt{x} \ln x, \text{ amint } x \rightarrow 0$$

6. Határozzuk meg a következő határértékeket a L'Hospital-szabály segítségével!

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} x^2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} (x^5 + 2x^4 + 32x^3 - 3x^2 - 1)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^{-\frac{1}{2}} \ln x$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x}{\sin \frac{1}{x}}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{tg} x)^x$$