

Közlekedésmérnöki Kar
A1 feladatsor
2006. ősz, 10. hét

1. Számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat!

$$\begin{array}{ll} \int (x^2 + 6x - 5) dx & \int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}) dx \\ \int (2t - 3)^{100} dt & \int r^2 \sqrt[3]{1 + r^3} dr \\ \int \sin^3 x \cos x dx & \int \cos^3 x dx \\ \int \sin^2 x dx & \int \operatorname{tg} x dx \\ \int x^2 \sin 2x dx & \int x \cos^2 x dx \end{array}$$

2. Számítsuk ki a következő határozott integrálokat!

$$\int_0^1 x dx + \int_2^1 -x dx + \int_3^3 x^3 dx, \quad \int_0^5 (5x^3 + 1) dx, \quad \int_{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{\pi}} 2x \cdot \cos x^2 dx.$$

3. Számítsuk ki a következő függvények átlagát a megadott intervallumokon!

$$f(x) = 3x^2, \quad [-4, -1]; \quad g(x) = \sin x, \quad [0, \pi/2].$$

Adjunk meg az intervallum belsejében olyan pontot, ahol a függvényérték megegyezik az átlaggal!

4. Számítsuk ki az alábbi függvények által meghatározott görbevonalú trapéz területét!

(a) $x^3 - 3$, $[3, 4]$;

(b) $\sqrt{9 - x}$, $[0, 8]$.

5. Az integrál kiszámítása nélkül bizonyítsuk be, hogy az

$$y = \sin x - \int_{\pi}^x \frac{1}{t} dt + x$$

függvény kielégíti a következő feltételeket:

$$y'' = \frac{1}{x^2} - \sin x \quad y(\pi) = \pi \quad y'(\pi) = -\frac{1}{\pi}$$

6. Integrálás segítségével adjunk becslést a

$$1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}$$

kifejezés értékére!