1. Számítsuk ki a következő függvények deriváltfüggvényét:

a) $\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x^2}$ b) $x\sin\frac{1}{x}$ c) $(2+3\sqrt{x})^8$ d) $(x+\frac{1}{x})^{2/3}$ e) $\sqrt{\sin x^2}$

2. Számítsuk ki az

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin^2 x}{x} & \text{ha } x\neq 0\\ 0 & \text{ha } x=0\end{cases}$$

függvény deriváltfüggvényét. Hol van értelmezve, és hol folytonos a deriváltfüggvény? *Létezik-e $f''(0)$?

3. Adjuk meg a következő görbék egy-egy pararméterezését:

a) az $(1,2)$ pontból a $(3,5)$ pont irányába menő félegyenes;
b) az origo körüli egységkör $x\geq 0$-ba eső fele;
c) az origót az $y=x^2$ parabola pontjaival összekötő szakaszok felezőpontjai által alkotott görbe. Ennek írjuk fel a paramétermentes egyenletét is.

4. Számítsuk ki a $\dfrac{dy}{dx}$ deriváltat a következő, paraméteresen megadott görbékre, a megadott x_0 értékekhez tartozó pontokban.

a) $x(t)=t^3+t,\ \ y(t)=t^2+2\sin t,\ \ x_0=0;$
b) $x(t)=1-2\sqrt{t},\ \ y(t)=\sqrt{t^2+1},\ \ x_0=-1.$

5. Számítsuk ki az implicit egyenlettel meghatározott $y=f(x)$ függvény megadott rendű deriváltját.

a) $3xy=(x^3+y^2)^{3/2},\quad \dfrac{dy}{dx}$
b) $2xy-y^2=3,\quad \dfrac{d^2y}{dx^2}$

6. Egy falnak támasztott $2,5$ méter hosszú létra elkezd lefelé csúszni. Amikor az alja $2\,m$ távol van a faltól, akkor a faltól való távolodásának sebessége éppen $0,3\,m/s$. Milyen sebességgel csúszik ugyanekkor lefelé a létra fölső vége? Mekkora ebben a pillanatban a létra és a talaj által bezárt szög változási sebessége?

7. A $\sqrt[3]{x}$ függvény lineáris közelítésével adjunk jó becslést számológép nélkül a $\sqrt[3]{4}$ értékére, felhasználva, hogy $2^{12}=4096$ (tehát $\sqrt[3]{4,096}=1,6$).

8. Határozzuk meg az $f(x)=3\sqrt[3]{x+2}-x$ függvény abszolút maximumát és minimumát a $[-3,6]$ intervallumon.