

Közlekedésmérnöki Kar
A1 feladatsor
2006. ősz, VII. hét

1. Számítsuk ki az alábbi függvények határértékét $x_0 = 0$ -ban!

(a) $\frac{\sin 4x^2}{x^2}$ (b) $\frac{\sqrt{2 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{2 - \operatorname{tg} x}}{\sin 3x}$

2. Számítsuk ki az alábbi függvények határértékét a végtelenben!

(a) $\left(\frac{x+1}{3x-6}\right)^x$ (b) $\left(\frac{1+x^2}{1+x}\right)^{x^2+x+1}$

3. Vizsgáljuk meg az alábbi függvényeket értelmezési tartomány, folytonosság, differenciálhatóság szempontjából!

(a) $f_1(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$

(b) $f_2(x) = \begin{cases} x \cdot \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$

(c) $f_3(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$

(d) $f_4(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \cdot \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$

4. Számítsuk ki az $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}$ függvény aszimptotáit a $+\infty$ -ben és a $-\infty$ -ben!

5. Differenciáljuk az alábbi függvényeket!

(a) $f(x) = x^2 + x + 8,$

(b) $f(x) = (x - 4)(x + i + 1),$

(c) $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^3 + 4},$

(d) $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1},$

(e) $f(x) = \frac{\sin^2 x + \cos x}{\sqrt{x} + 2},$

(f) $f(t) = \frac{e^t - 1}{e^t \sqrt{t} + t}.$

6. Határozzuk meg a függvény érintőjét az adott pontban!

(a) $f(x) = x^3 + x - 6, x_0 = 1$

(b) $f(x) = 1/(\sin x + \cos x), x_0 = \pi/2$

7. Mi lesz az $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ függvény $y = -2x$ egyenessel párhuzamos érintőjének egyenlete?