

Matematika A1b 2006/2007 őszi 5. gyakorlat: Egyenesek, síkok

1. Legyen $\mathbf{v} = (1, 5, 7)$ és $\mathbf{a} = (1, 1, 0)$!
 - (a) Milyen hosszú a \mathbf{v} vektor \mathbf{a} -ra vett merőleges vetülete?
 - (b) Fejezze ki \mathbf{v} -t \mathbf{a} -val párhuzamos és merőleges vektorok összegeként!
2. Lehet-e az $\mathbf{a} = (6, 2, -3)$ és a $\mathbf{b} = (-3, 6, -2)$ vektor egy kocka egyik csúcsából kiinduló két élvektor? Ha igen, akkor határozza meg az ugyanebből a csúcsból kiinduló harmadik élvektort!
3. Számítsa ki annak a háromszögnek a területét, melynek két oldalát a közös kezdőpontból kiinduló $\mathbf{a} = (-1, 5, 2)$ és $\mathbf{b} = (3, -2, -1)$ vektorok adják!
4. Az $\mathbf{a} = (2, -1, 2)$, $\mathbf{b} = (3, 1, 5)$ és $\mathbf{c} = (\alpha, 2, -1)$ vektorok által meghatározott paralelepipedon térfogata α mely értékei mellett lesz 10 egység? Pozitív körüljárási irányúak-e a kapott paralelepipedonok?
5. Írjuk fel az alábbi egyenesek paraméteres egyenletrendszerit!
 - (a) Átmegy az $A(-2, 5, 1)$ ponton, és párhuzamos az $\mathbf{a} = [-1, 2, 3]$ vektorral.
 - (b) Átmegy a $P(3, 1, 2)$ és a $Q(-1, 1, 3)$ ponton.
 - (c) Párhuzamos a $\mathbf{k} = [0, 0, 1]$ vektorral, és átmegy az $A(5, 1, 4)$ ponton.
 - (d) Merőleges az $\mathbf{a} = [-2, 3, 1]$ és a $\mathbf{b} = [2, 0, 1]$ vektorra, és átmegy az $A(6, -3, 4)$ ponton.
6. Adjuk meg az alábbi síkok egyenleteit!
 - (a) Átmegy az $A(2, 1, 4)$ ponton és merőleges az $\mathbf{n} = [3, 2, -4]$ vektorra.
 - (b) Átmegy az $A(7, 2, -2)$ ponton és merőleges az $\mathbf{n} = [2, 0, 3]$ vektorra.
 - (c) Átmegy a $P(0, -1, 2)$, $Q(2, -1, 1)$ és $R(4, 3, -2)$ pontokon.
 - (d) Átmegy a $P(1, 0, 0)$, $Q(0, 1, 0)$ és $R(0, 0, 1)$ pontokon.
7. Határozzuk meg annak a síknak az egyenletét, amely
 - (a) átmegy a $P(3, 0, 1)$ ponton és párhuzamos az
$$e : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2t \end{cases} \quad \text{és} \quad f : \frac{x+2}{2} = y = -z$$
 egyenesekkel;
 - (b) átmegy a $P(-2, 1, 0)$ ponton és tartalmazza az $e : x = t + 2, y = 3t, z = 2$ egyenest.
8. Írjuk fel a következő egyenesek egyenletrendszerit!
 - (a) átmegy az $A(0, 4, 1)$ ponton és párhuzamos a $3x + y - z + 1 = 0$ és az $x + y + z = 0$ egyenletű síkok metszésvonalával;
 - (b) átmegy az $A(1, -1, 2)$ ponton, merőleges $\mathbf{v} = [2, 2, 1]$ vektorra és metszi az $x - 1 = y - 5 = \frac{z-2}{2}$ egyenletű egyenest.
9.
 - (a) Számoljuk ki a $\mathbf{v} = [3, -1, 1]$ vektor $[x, y, z] = t \cdot [4, -3, 0]$ egyenes irányába eső és az erre merőleges komponensét! Milyen távol van az $A(3, -1, 1)$ pont a fenti egyenestől?
 - (b) Mi lesz az előbbi \mathbf{v} vektor $x - 2y - z = 0$ síkra merőleges és azzal párhuzamos komponense? És A távolsága ezen síktól?
10. Tükrözzük az $A(2, -1, 3)$ pontot az $x = 3t, y = 5t - 7, z = 2t + 2$ egyenletrendszerű e egyenesen!
11. Tükrözzük az $A(4, -3, 5)$ pontot az $x - y + z - 9 = 0$ egyenletű síkra, majd a tükröképet vetítsük merőlegesen a $2x = y = -z$ egyenesre. Írjuk fel a kapott pont koordinátáit!