

A1b 4. gyakorlat 2006. ősz

1. Legyenek adottak az \mathbf{a} és \mathbf{b} nem kollineáris vektorok. Szerkessze meg az $\mathbf{u} = \mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ és a $\mathbf{v} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ vektorokat!
2. Legyen $\mathbf{m} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ és $\mathbf{n} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}$. Fejezze ki \mathbf{m} és \mathbf{n} segítségével az $\mathbf{u} = 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ és a $\mathbf{v} = 5\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ vektorokat!
3. Legyen $\mathbf{v} = (1, 5, 7)$ és $\mathbf{a} = (1, 1, 0)$!
 - (a) Milyen hosszú a \mathbf{v} vektor \mathbf{a} -ra vett merőleges vetülete?
 - (b) Fejezze ki \mathbf{v} -t \mathbf{a} -val párhuzamos és merőleges vektorok összegeként!
4. Az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok szöge $\pi/3$, abszolút értékük $|\mathbf{a}| = 3$ és $|\mathbf{b}| = 4$. Számítsa ki \mathbf{ab} , $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^2$ és $(3\mathbf{a} - 2\mathbf{b})(\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$ értékét!
5. Számítsa ki az $\mathbf{a} = (3, 1, 3)$ és a $\mathbf{b} = (1, -2, 2)$ vektorok hajlásszögét!
6. Az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok hajlásszöge 30° , abszolút értékük $\sqrt{3}$, illetve 1. Számítsa ki az $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ és $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ vektorok szögét!
7. A t paraméter mely értékénél lesz az alábbi \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok szöge α ?
 - (a) $\mathbf{a} = (1, t, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 2, 1)$, $\alpha = 60^\circ$;
 - (b) $\mathbf{a} = (t, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (0, -1, 1)$, $\alpha = 90^\circ$;
8. Végezze el az alábbi vektori szorzásokat, majd hozza egyszerűbb alakra az eredményt!
 - (a) $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b})$,
 - (b) $(\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + \mathbf{c}) \times (3\mathbf{a} + 10\mathbf{b} - 7\mathbf{c})$,
 - (c) $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \times (2\mathbf{a} + \mathbf{b}) + (\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) \times (2\mathbf{a} - \mathbf{b})$.
9. Számítsa ki $(\mathbf{i} \times \mathbf{j})^2$ és $(3\mathbf{i} - \mathbf{j}) \times (\mathbf{i} \times 2\mathbf{j})$ értékét!
10. Az $\mathbf{a} \times \mathbf{c} = \mathbf{b} \times \mathbf{c}$ egyenlőségből következik-e, hogy $\mathbf{a} = \mathbf{b}$?
11. Lehet-e az $\mathbf{a} = (6, 2, -3)$ és a $\mathbf{b} = (-3, 6, -2)$ vektor egy kocka egyik csúcsából kiinduló két élvektor? Ha igen, akkor határozza meg az ugyanebből a csúcsból kiinduló harmadik élvektort!
12. Számítsa ki annak a háromszögnek a területét, melynek két oldalát a közös kezdőpontból kiinduló $\mathbf{a} = (-1, 5, 2)$ és $\mathbf{b} = (3, -2, -1)$ vektorok adják!
13. Komplanárisak-e a $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $3\mathbf{b} - 4\mathbf{c}$, $2\mathbf{a} + 5\mathbf{c}$ vektorok, ha az \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} vektorok nem komplanárisak?
14. Az $\mathbf{a} = (2, -1, 2)$, $\mathbf{b} = (3, 1, 5)$ és $\mathbf{c} = (\alpha, 2, -1)$ vektorok által meghatározott paralelepipedon térfogata α mely értékei mellett lesz 10 egység? Milyen körüljárásúak a kapott \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} vektorhármasok?