

1. Írjuk föl az  $[1, 8)$  intervallumot és a  $(-\infty, 5)$  intervallumot halmaz jelöléssel.
2. A következő halmazokat írjuk föl az  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  számhalmazok és intervallumok fölhasználásával, halmazműveletek segítségével.  

$$A = \{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x^2-x}{x-1} \geq 0 \} \qquad B = \{ [x] \mid x \in \mathbb{R}, \frac{1}{\sqrt{x+1}} \text{ értelmezve van} \}$$
3. Legyen  $T$  a téglalapok,  $R$  a rombuszok,  $D$  pedig azoknak a négyszögeknek a halmaza, amelyeknek van derékszögük.
  - a) Fejezzük ki az  $N = \{ \text{négyszetek} \}$  halmazt a fenti halmazokkal!
  - b) Írjunk föl egy igaz egyenlőséget a  $T, R, D$  halmazok segítségével!
  - c) A  $T, D, R$  halmazokat együtt ábrázoló Venn-diagramon satírozzuk be az üres részeket, a többibe pedig rajzoljunk odaillő négyszöget!
4. Bizonyítsuk be az  $A \setminus (A \setminus B) = B \setminus (B \setminus A)$  azonosságot!
5. Az  $A$  és  $B$  halmazhoz határozzuk meg az összes olyan  $X$  halmazt, amelyre  $A \setminus (B \setminus X) = A$ .
6. Mi a tagadása a következő mondatoknak?
  - a) Kicsi a bors, de erős.
  - b) Minden macskának két füle van.
7. Fejezzük ki a “kizáró vagy”-ot a  $\neg$ ,  $\wedge$  és  $\vee$  logikai műveletek segítségével!
8. Bizonyítsuk be, hogy a  $\neg(p \wedge q)$  állítás azonos a  $p \Rightarrow \neg q$  állítással!
9. Az asztalon 7 kártyalap van, melyek egyik oldalán betű, a másik oldalán szám áll. Mi ezeken az 1, 2, 3,  $A, B, C, D$  felírást látjuk. Legkevesebb hány lapot kell megfordítani, hogy bebizonyítsuk a következő állítás igazságát: “Amelyik kártyán magánhangzó van, azon a szám páros.”?
10. Legyen az  $f(x)$  jelentése:  $x$  fél,  $v(x)$  jelentése  $x$  velem jön. Fejezzük ki a következő mondatokat az  $f(x)$ ,  $v(x)$  állítások segítségével. Állapítsuk meg, hogy közülük melyek jelentik ugyanazt, melyik tagadása egy másiknak! Az  $F := \{ x \mid f(x) \}$  és  $V := \{ x \mid v(x) \}$  halmazokat ábrázoló Venn-diagramon szemléltessük az állítások jelentését (jelölje  $\times$  azt, hogy egy halmaz üres,  $\cdot$  azt, hogy egy halmaz nem üres)!
  - a) Aki nem fél, az velem jön.
  - b) Nem fél, aki velem jön.
  - c) Olyan is jön velem, aki fél.
  - d) Aki velem jön, az fél.
  - e) Mindenki fél, aki nem jön velem.
  - f) Velem jön, aki fél.