

Matematika EP1, ajánlott feladatok az 1. zárthelyihez

Az alábbi típusú feladatok várhatóak az 1. zárthelyin. Az alapfeladatokat megoldani tudók sikeres zárthelyire számíthatnak, a *-os feladatok valamivel nehezebbek vagy további ötletet igényelnek.

1. Vektorok

jegyzet 15. fejezet (129. old.) feladatai közül: 5, 6, 9–18, 22–37

*-os feladatok: 1, 7, 8, 19, 20, 39

2. Koordinátageometria

jegyzet 16. fejezet (134. old.) feladatai közül: 1–7, 9–19

*-os feladatok: 20–23

3. Mátrixok

jegyzet 17. fejezet (138. old.) feladatai közül: 1–9, 15–32

*-os feladat: 11

4. Lineáris egyenletrendszerek

jegyzet 18. fejezet (145. old.) feladatai közül: 1–6, 8–20

5. Lineáris transzformációk

1. jegyzet 7.3.4. Példa (62. old.)

2. Legyen T az a síkbeli lineáris transzformáció, amely az $y = -x$ egyenesre tükröz. Írjuk fel T mátrixát a sík standard bázisában.

Válasz: Mivel az $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektorok a sík standard bázisa, a keresett mátrix oszlopai ezen vektorok T -nél vett képei lesznek. Ezen két vektort az adott egyenesre tükrözve látjuk, hogy $T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ és $T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Ezért a keresett mátrix $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. * Legyen T az a térbeli lineáris transzformáció, amely az x tengely körül $\pi/6$ -tal (30° -kal) forgat az yz síkban az óramutató járásával ellentétesen. Írjuk fel T mátrixát a tér standard bázisában.

Válasz: Mivel a tér standard bázisában a bázisvektorok képei a következők. Mivel az x tengely körül forgatunk, az helyben marad, azaz $T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Az yz síkban pedig a forgatás eredményeként

$T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ és $T\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$. Ezért a keresett mátrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$.