

Zh-k: Vizsga: Össz: JEGY:

Név: Neptun: Gyak.vez.:

3. vizsga, 2017-06-12, Munkaidő: 90 perc

1. (a1) X és Y független, egész értékű valószínűségi változók $p_1(x)$, illetve $p_2(y)$ súlyfüggvényekkel. Írja fel azt az általános képletet, ami a $Z = X + Y$ valószínűségi változó $r(z)$ súlyfüggvényének képletét megadja $p_1(x)$ és $p_2(y)$ segítségével!

(a2) X és Y független valószínűségi változók, melyek pesszimista geometriai eloszlást követnek $\frac{1}{3}$, illetve $\frac{1}{4}$ paraméterekkel. Mennyi a valószínűsége annak, hogy $X + Y = 3$?

(b1) X és Y egész értékű valószínűségi változók. (X, Y) súlyfüggvénye $p(x, y)$. Írja fel azt az általános képletet, ami a $Z = X + Y$ valószínűségi változó $r(z)$ súlyfüggvényének képletét megadja $p(x, y)$ segítségével!

(b2) X és Y egész értékű valószínűségi változók. Az (X, Y) kétdimenziós valószínűségi változó súlyfüggvénye

$$p(x, y) = \frac{2x + y}{30} \quad (x \text{ és } y \text{ egész számok, } x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3)$$

Adja meg ez eloszlást táblázattal! Mennyi a valószínűsége annak, hogy $X + Y = 3$?

(c) Mondja ki azt az állítást, amit sok független valószínűségi változó összegével kapcsolatban tanultunk! (*Milyen eloszlást követ sok független valószínűségi változó összege?*)

2. Egy citromfarmon a tetvek száma egy-egy levélen Poisson eloszlást követ 7.5 átlaggal.

(a) A leveleknek kb. hány százalékán van pontosan 2 tetű?

(b) Egy hirtelen időjárás változás során az olyan levelek, melyeken 5 vagy több tetű van, lehullanak. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az időjárás változás után egy a fán fennmaradó levélen nincs tetű?

(c) A megmaradó leveleken kb. mennyi a tetvek átlagos száma? (*Írja fel a várható értéket szumma formájában!*)

3. Négy cimborá mindegyike a többitől függetlenül 12:00 és 13:00 között egyenletes eloszlás szerint érkezik a menzára.

(a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább három cimborá háromnegyed egy előtt érkezik?

(b) A harmadiknak érkező cimborá érkezési időpontja (délről számítva, órában mérve) folytonos valószínűségi változó, melynek lehetséges értékei 0 és 1 közé esnek. Határozza meg az eloszlásfüggvényének a képletét!

(c) A harmadiknak érkező cimborá érkezési időpontja egy tanult nevezetes eloszlást követ. Mi a neve az eloszlásnak?

(d) A (b) részre kapott eredmény felhasználásával *számolással* vagy a tanultak alapján *emlékezetből* írja le eme eloszlás sűrűségfüggvényének a képletét!

4. Tegyük fel, hogy

- a királylány X év múlva megy férjhez, (ahol X exponenciális eloszlású 2 év várható értékkel),
- és az esküvő után Y évvel gyönyörű gyermeke születik. (Az $X = x$ feltétel mellett Y egyenletes eloszlású 0.75 és $0.75 + \frac{1}{x}$ között).

(a) Egy ábrán adja meg az (X, Y) kétdimenziós valószínűségi változó lehetséges értékeinek a halmazát!

(b) Adja meg az (X, Y) kétdimenziós valószínűségi változó sűrűségfüggvényének a képletét!

(c) Adja meg az Y valószínűségi változó sűrűségfüggvényének a képletét egy korrektül felírt integrál alakjában!