

Zh-k: Vizsga: Össz: JEGY:

Név: Neptun: Gyak.vez.:

2. vizsga, 2017-06-06, Munkaidő: 90 perc

1. (a) Az

1	2	3	4	...
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{2}{81}$...

táblázattal megadott diszkrét eloszlás a nevezetes eloszlások egyike. Adja meg az eloszlás nevét és a paramétereinek a numerikus értékét!

(b) Számolja ki a baloldali eloszlásfüggvény értékét az $x = 3$ helyen?

(c) Számolja ki a jobboldali eloszlásfüggvény értékét az $x = 3$ helyen?

(Figyelem! A (b) és (c) kérdésekre adott válaszokban a számolási hiba is HIBA!)

(d) Adja meg és igazolja azt az általános összefüggést, mely a baloldali eloszlásfüggvény, a jobboldali eloszlásfüggvény és a súlyfüggvény értékei között minden x -re fennáll!

2. Néhány tény:

- Tanszékünkre naponta munkaidőben (8 óra) alatt átlagosan kb. 50 telefonhívás érkezik.
- A telefonálók kb. 1/3 -a férfi, 2/3-a nő.
- A nők és férfiak között egyaránt átlagosan kb. minden 10 -ik hívás téves.

a) Mi a valószínűsége annak, hogy a következő 20 hívásból pontosan 2 téves?

b) Mi a valószínűsége annak, hogy a következő 20 hívásból pontosan 2 téves, és az első téves hívó nő, a második férfi?

c) Milyen eloszlást követ az **összes hívások** száma egy óra alatt? (Rövid indoklással fűszerezve adja meg az eloszlás nevét és paramétereinek/paramétereinek numerikus értékét!)

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy két óra alatt pontosan 2 téves hívás érkezik?

3. 45 diák mindegyike a többbitől függetlenül 9:40 és 10:10 között egyenletes eloszlás szerint érkezik a 10:00 -kor kezdődő vizsgára. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a diákok többsége (azaz legalább 23 diák) időben (tehát 10:00 előtt) beér?

(a) Írja fel a kért valószínűséget szumma formájában!

(b) Számolja ki a kért valószínűség közelítő értékét normális eloszlással!

(c) Határozza meg annak az X valószínűségi változónak az eloszlásfüggvényét, ami megmondja, hogy mikor érkezik meg az utolsó diák?

4. (X, Y) sűrűségfüggvénye $f(x, y) = 3x$ ($0 < 2x < y < 2$).

(a) Szemléltesse egy gondosan készített ábrán

- a sűrűségfüggvény értelmezési tartományát az (x, y) síkon,
- és a $z = f(x, y)$ felületet az értelmezési tartomány felett az (x, y, z) térben!

(b) Rajzoljon egy olyan pontfelhőt az (x, y) síkon, amelyet akkor kapnánk, ha (X, Y) -ra sok kísérletet végeznénk! (Ügyeljen arra, hogy a pontfelhő sűrűsége a megadott sűrűségfüggvénynek megfeleljen!)

(c) Határozza meg Y sűrűségfüggvényét!

(d) Ha sok kísérletet végeznénk kb. mennyi lenne az X értékek átlaga? (Egy konkrét számot kell – megfelelő számolás eredményeként – megadnia.)

(e) Hogyan tippeljünk Y -ből X -re, ha a célunk az, hogy a hiba négyzetének a várható értéke minimális legyen? (Adja meg az optimális tippet megvalósító függvény képletét!)

Standard normális eloszlásfüggvény (két tizedes pontossággal)

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,0	0,50	0,5	0,69	1,0	0,84	1,5	0,93	2,0	0,98	2,5	0,99
0,1	0,54	0,6	0,73	1,1	0,86	1,6	0,95	2,1	0,98	2,6	1,00
0,2	0,58	0,7	0,76	1,2	0,88	1,7	0,96	2,2	0,99		
0,3	0,62	0,8	0,79	1,3	0,90	1,8	0,96	2,3	0,99		
0,4	0,66	0,9	0,82	1,4	0,92	1,9	0,97	2,4	0,99		