

Környezetmérnök matematika, 3. heti anyag

TÉMÁK

- Operációk komplex számokon, hatványozás.
- 2×2 -es mátrixok hatványai. Komplex sajátértékek
- Közönséges differenciálegyenletek megoldása: lineáris elsőrendű egyenletek, hatványsor módszerek.

FELADATOK

- (1) Írjuk fel a következő komplex számokat $a + bi$ alakban:

$$\left(1 - \sqrt{3}i\right)^7, \quad \frac{1}{i + 7},$$

és jelöljük be őket a komplex síkon.

- (2) Számítsuk ki a

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$$

sajátértékeit és sajátvektorait. Mi lesz ennek a mátrixnak a 27. hatványa?

- (3) Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet a megadott kezdeti feltételekkel:

$$f'(x) - f(x) = \frac{11}{8}e^{-x/3}, \quad f(0) = -1.$$

- (4) Keressük meg az alábbi egyenletnek eleget tevő $y(x)$ függvény első 5 nem-nulla Taylor együtthatóját:

$$(1 + x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

- (5) Mit tudunk mondani az ún. Airy egyenlet $y(x)$ megoldásának Taylor együtthatóiról?

$$y'' + xy = 0.$$