

Házi feladatok #10

1. Számítsa ki az

$$\iint_T (x^2y - 2xy) dx dy$$

integrál értékét a $T = [-2, 0] \times [0, 3]$ téglalapon!

2. Számítsa ki az

$$\iint_T y \cos xy dx dy$$

integrál értékét a $T = [0, \pi] \times [0, 1]$ téglalapon!

3. Számítsa ki az

$$\iint_D (x^2y - 2xy) dx dy$$

integrál értékét a következő tartományon:

$$D = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, \quad x \leq y \leq 2x\}!$$

Rajzolja fel a D tartományt!

4. Számítsa ki annak a testnek a térfogatát, amelynek alaplaját az xy -síkon az $y = 4 - x^2$ parabola és az $y = 3x$ egyenes határolja, oldala merőleges az xy -síkra, a fedőlapja pedig a $z = x + 4$ síkon van! Rajzolja fel a testet!
5. Számítsa ki annak a testnek a térfogatát, amelyet az első tényolcadból ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) a $z = 4 - x^2 - y$ felület vág ki! Rajzolja fel a testet!
6. Számítsa ki az alábbi integrálokat az integrálások sorrendjének felcserélésével!

$$(a) \int_0^{\pi} \int_x^{\pi} \frac{\sin y}{y} dy dx \quad (b) \int_0^2 \int_0^{4-x^2} \frac{xe^{2y}}{4-y} dy dx$$

7. Számítsa ki az alábbi kettős integrálokat polárkoordinátás helyettesítéssel!

(a) $\iint_D \frac{xy}{x^2+y^2} dx dy$, ahol D az origó középpontú, 2 sugarú körlapnak az első síknegyedbe eső része;

(b) $\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy$;

(c) $\iint_D \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2} dx dy$, ahol D az origó középpontú, 1 sugarú és e^2 sugarú körök közé eső gyűrű.

8. Integrálja az $f(x, y, z) = x$ függvényt a $D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2, 3 \leq z \leq 4 - x^2 - y\}$ tartományon!

9. Integrálja az $f(x, y, z) = x$ függvényt azon a tartományon, amely az $y = x^2$ parabolikus hengerből a $z = 0$ sík felett és az $y + z = 1$ sík alatt van! Rajzolja fel a tartományt!
10. Számítsa ki annak a testnek a térfogatát, amely az $x^2 + y^2 = 4$ hengerből a $z = 0$ sík felett és az $x + z = 3$ sík alatt van! Rajzolja fel a tartományt!
11. Számítsa ki annak a testnek a térfogatát, amelyet az első tényolcadban az $x^2 + y^2 = 1$ és az $x^2 + y^2 = 1$ hengerek határolnak! Rajzolja fel a hengereket és a tartományt!
12. Hengerkoordinátás helyettesítéssel számítsa ki annak a testnek a térfogatát, amelyet alulról a $z = x^2 + y^2$ paraboloid, felülről az $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ gömb határol!
13. Gömbkoordináták segítségével számítsa ki annak a testnek a térfogatát, amit a $\rho \leq 2$ gömbből a $\theta = \pi/3$ és $\theta = 2\pi/3$ egyenletű kúpok vágnak ki! Rajzolja fel a tartományt!
14. Számítsa ki a gömbkoordinátákban adott $\rho = 1 - \cos \theta$ egyenletű felülettel határolt, alma alakú test térfogatát! Rajzolja fel a tartományt!