

elm.	1	2	3	4	5	6	Σ
------	---	---	---	---	---	---	----------

Matematika A2–B2, 2. vizsga

2006. 06. 07. építőmérnöki szak

Név:

Neptun kód:

Karikázza be fent, hogy A2 vagy B2 tárgyra jár!

Adjon rövid válaszokat az alábbi kérdésekre ezen a feladatlapon! A kérdések 3 pontosak.

- (a) Írja fel az e^x függvény $c = 0$ középpont körüli Taylor-sorát! Milyen x -ekre konvergál a sor e^x -hez?
- (b) Definíció szerint mikor nevezzük az $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n\}$ vektorokat lineárisan függetlennek?
- (c) Mi történik $\det(A)$ értékével, ha
két sorát felcseréljük?
egy sorához egy másik sor (-3) -szorosát hozzáadjuk?
egy sorát $\frac{1}{2}$ -del megszorozzuk?
- (d) Mikor mondjuk, hogy egy síkbeli D halmaz
nyílt?
zárt?
korlátos?
- (e) Definiálja az $f(x, y)$ függvény x -szerinti parciális deriváltját egy (x_0, y_0) pontban!
- (f) Írja fel az $f(x, y)$ függvény egy Riemann-összegének (integrálközelítő összegének) képletét a $T = [a, b] \times [c, d]$ téglalapra! Definiálja a képletben szereplő jelöléseket is!

Az alábbi feladatokat egyenként külön-külön lapon oldja meg! A megoldásokhoz adjon indoklásokat! Mindegyik feladat 10 pontos.

1. Döntse el, hogy az alábbi numerikus sorok divergensek, feltételesen konvergenssek, vagy abszolút konvergenssek-e!

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^3} \right)$$

2. Lineárisan függetlenek-e a $\mathbf{v}_1 = (4, 4, 0, 0)$, $\mathbf{v}_2 = (0, 0, 6, 6)$, $\mathbf{v}_3 = (-5, 0, 5, 5)$ $\mathbb{R}^4$ -beli vektorok? A $\mathbf{v}_4 = (1, 1, 1, 1)$ vektor benne fekszik-e a $\text{lin}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ altérben (az első három vektor által kifeszített altérben)? Ha igen, adja meg a $\mathbf{v}_4$ -et előállító lineáris kombinációt; ha nem, indokolja meg, miért nem!
3. Keresse meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! A sajátaltereknek határozza meg egy bázisát!

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Vázolja fel az $f(x, y) = \exp(-x^2 - 2y^2)$ függvény néhány szintgörbéjét, köztük a $P_0(1, 1)$ ponton átmenő szintgörbét! Keresse meg f iránymenti deriváltját a $P_0(1, 1)$ pontban, az $\mathbf{a} = (3, -4)$ vektor irányában!
5. Keresse meg az $f(x, y) = 4xy - x^4 - y^4$ függvény lokális maximumait, minimumait és nyeregpontjait!
6. Számítsa ki annak a testnek a térfogatát, amely az első tényolcokban (vagyis az $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ halmazban) van, és amelyet a koordináta-síkok, az $x^2 + y^2 = 4$ henger és a $z + y = 3$ sík határolnak! Vázolja fel a testet a térben!