



Az alábbi feladatokat egyenként külön-külön lapon oldja meg! A megoldásokhoz adjon indoklásokat!

1. (5+5 pont) Döntse el, hogy az alábbi numerikus sorok divergensek, feltételesen konvergens, vagy abszolút konvergens-e!

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sqrt{n} + 1}{n + 1} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{n^2 + 1}$$

2. (10 pont) Keresse meg az alábbi mátrix inverzét elemi sorműveletekkel!

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. (10 pont) Határozza meg az alábbi homogén lineáris egyenletrendszer megoldásterének dimenzióját és egy bázisát!

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

4. (10 pont) Vázolja fel az alábbi görbe grafikonját! Számítsa ki az érintővektort a  $t = \pi/4$  paraméterű pontban! Számítsa ki a görbe hosszát is!

$$\mathbf{r} = (2 \cos t)\mathbf{i} + (2 \sin t)\mathbf{j} + (5t)\mathbf{k} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

5. (10 pont) Keresse meg az  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y^2 - 8$  függvény lokális maximumait, minimumait és nyeregpontjait!

6. (10 pont) Számítsa ki az

$$\iint_D (y - \sqrt{x}) \, dx \, dy$$

integrál értékét a következő tartományon:

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 - x\}$$

Rajzolja fel a  $D$  tartományt!