Szigorlati írásbeli 2002. február 1.

1. Legyen $f(x)$ az a 2π szerint periódikus függvény, melyet a $[-\pi, \pi]$ intervallumon a következőképpen értelmezünk:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } 0 < x < \pi, \\ 0, & \text{ha } x = 0, \\ -1, & \text{ha } -\pi < x < 0. \end{cases}$$

   Határozzuk meg az $f(x)$ függvény Fourier-sorát!

2. Határozza meg az $y' \sin(x) - y \cos(x) = 1$ differenciálegyenlet általános megoldását!

3. Legyenek A, B és C független $\frac{1}{3}$ valószínűségű események. $P(AB + C) =?$ (Halmazelméleti jelölésekkel: $P(A \cap B \cup C) =?$)

4. Legyen X $(0, 1)$-en folytonos egyenletes eloszlású valószínűségi változó. Határozza meg az $Y = X^4$ valószínűségi változó eloszlását (sűrűség függvényének vagy eloszlás függvényének megadásával)!