Szigorlati írásbeli 2002. január 3.

1. Határozzuk meg az $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 5, 7)$, $C = (0, 0, 0)$ és $D = (-1, 0, 0)$ pontok által kifeszített tetraéder térfogatát!

2. Hol és milyen szélsőértékei vannak az $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$ függvénynek?

3. Véletlenszerűen érkeznek autók a benzinkúthoz. Az érkezések között eltelt idő exponenciális eloszlású 12 perc várható értékkel. Mi a valószínűsége, hogy 20 percig egy autó sem érkezik?

4. Az (X, Y) 2-dimenziós, folytonos eloszlású valószínűségi vektorváltozó együttes sűrűségfüggvénye:

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy, & \text{ha } 0 < x < y < 1, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

$E(XY) = ?$